

THESES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

par

André CHARLES

Ancien Elève de l'E. N. S. E. T.

Chef de Travaux de Mécanique à l'E. N. S. E. M.

PREMIERE THÈSE : SUR LA CONFIGURATION DE JETS DÉVIÉS PAR UNE PAROI.

DEUXIÈME THÈSE : PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues publiquement le 15 Juin 1967 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :

Président : M. R. GUILLIEN

Examineurs : MM. J. GOSSE

M. PLAN

E. GUDEFIN

THESES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

par

André CHARLES

Ancien Elève de l'E. N. S. E. T.

Chef de Travaux de Mécanique à l'E. N. S. E. M.

PREMIERE THÈSE : SUR LA CONFIGURATION DE JETS DÉVIÉS PAR UNE PAROI.

DEUXIÈME THÈSE : PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues publiquement le 15 Juin 1967 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :

Président : M. R. GUILLIEN

Examineurs : MM. J. GOSSE

M. PLAN

E. GUDEFIN

Doyen : M. AUBRY
Assesseur : M. GAY

Doyens Honoraires : MM. CORNUBERT, DELSARTE, ROUBAULT.

Professeurs Honoraires : MM. RAYBAUD, LAFFITTE, LERAY, JULY, LAPORTE, EICHHORN, GODEMENT, DUBREUIL, L. SCHWARTZ, DIEU-DONNE, DE HALLEMANN, LONCCHAMBON, LETORT, DODE, GAUTHIER, GOUDET, OLMER, CORNUBERT, CHAPELLE, GUERIN, WARL.

Maîtres de Conférences Honoraires : MM. LIEHNART, PIERRET.

Professeurs

MM.	DELSARTE	Analyse Supérieure
	ROUBAULT	Géologie
	CAPELLE	Mécanique Rationnelle
	VEILLET	Biologie Animale
	BARRIOL	Chimie Théorique
	BIZETTE	Physique
	GUILLIEN	Electronique
	GIBERT	Chimie Physique
	LEGRAS	Mécanique Rationnelle
	BOLFA	Minéralogie et Cristallographie
	NICLAUSE	Chimie
	FAIVRE	Physique appliquée
	AUBRY	Chimie Minérale
	COPPENS	Radiologie
	DUVAL	Chimie
	PRULHING	Physique
	HILLY	Géologie
	LE GOFF	Génie Chimique
	SUHNER	Physique Expérimentale
	CHAPON	Chimie Biologique
	HEROLD	Chimie Minérale Industrielle
	SCHWARTZ B.	Exploitation Minière
⊕	MALAPRADE	Chimie
	MANGENOT	Botanique
	GAYET	Physiologie
	BONVALET	Mécanique appliquée
	HADNI	Physique
⊕	BASTICK	Chimie

⊕ Professeur titulaire à titre personnel

Digitized by the Internet Archive
in 2026

MM.	DUCHAUFOR	Pédologie
	GARNIER	Agronomie
	NEEL	Chimie Organique Industrielle
	BERNARD	Géologie appliquée
⊕	CHAMPIER	Physique
⊕	GAY	Chimie biologique
	STEPHAN	Zoologie
⊕	CONDE	Zoologie
⊕	WERNER	Botanique
	EYMARD	Calcul Différentiel et intégral
	LEVISALLES	Chimie Organique
Mme	HERVE	Méthodes Mathématiques de la
		Physique
⊕	GOSSE	Mécanique Physique
	FELDEN	Physique
⊕	DAVOINE	Physique (ENSMIM)
	N...	Chimie Biologique

Année Scolaire 1966-1967

Maîtres de Conférences

Mme	BASTICK	Chimie M.P.C. (Epinal)
MM.	GUDEFIN	Physique
	ROCCI	Géologie
	VUILLAUME	Psychophysiologie
	FRENTZ	Biologie Animale
	HORN	Physique propédsutique
	LAFON	Physique (I.S.I.N.)
	MARI	Chimie (I.S.I.N.)
	AUROUZE	Géologie
	DEVIOT	Physique du solide
	FLECHON	Physique M.P.C.
Mme	HUET	Mathématiques S.P.C.N.) en
		disponibilité)
	VIGNES	Métallurgie
	BALESDENT	Thermodynamique chimique appli-
		quée
	BLAZY	Minéralogie appliquée(E.N.S.G.)
	JANOT	Physique M.P.C. (Epinal)
	JACQUIN	Pédologie et chimie agricole
	MAINARD	Physique M.G.P.
	CACHAN	Entomologie appliquée(E.N.S.A.)
	MARTIN	Chimie M.P.C.
	PAULMIER	Mécanique expérimentale
	PROTAS	Minéralogie

⊕ Professeur titulaire à titre personnel

MM. COURTILLOT
JOZEFOWICZ
JURAIN
RIVAIL
VILLERMAUX
METCHE

Mécanique des Fluides
Physico-chimie
Géologie(S.P.C.N.)
Chimie appliquée(C.U.C.E.S.)
Génie Chimique
Biochimie appliquée(Brasserie)

N...
N...
N...
N...
N...
N...
N...
N...
N...

Probabilités et statistiques
Mécanique (I.S.I.N.)
Mathématiques
Mathématiques M.P.C.
Mathématiques S.P.C.N.
Mathématiques appliquées
Mécanique des Fluides(I.S.I.N.)
Physiologie animale
Mathématiques M.P.

AVANT - PROPOS

Je désire que cette première page soit un témoignage de reconnaissance adressé à tous ceux - et ils sont nombreux - qui, par leurs encouragements, leurs conseils avisés ou leur participation active, m'ont permis de conduire ce travail jusqu'à son terme.

Monsieur le Professeur COMOLET a bien voulu, dès 1959, me confier un travail de recherche sur maquettes de machine à effet de sol. Je lui serai toujours reconnaissant de la confiance qu'il a bien voulu m'accorder et de l'initiation aux méthodes de la recherche que je lui dois.

Ce travail a été commencé en 1961, sous la direction de Monsieur le Professeur PLAN. Il en a fixé le thème et m'a considérablement aidé pour choisir un dispositif expérimental et des méthodes de mesure. Nous l'en remercions bien vivement.

Monsieur le Professeur GOSSE a suivi mon travail depuis Octobre 1964. Ses encouragements ont été aussi précieux que les conseils avisés qui m'ont permis de préciser un objectif et d'explorer les résultats expérimentaux. A ce titre, comme à bien d'autres, ma sincère reconnaissance lui est acquise.

Je dois remercier également Monsieur le Professeur GUILLIEN d'avoir bien voulu assurer la présidence de ce Jury, ainsi que Monsieur le Professeur GUDEFIN d'avoir accepté d'en faire partie.

Tout le travail expérimental a été fait dans le Laboratoire de Mécanique de l'E.N.S.E.M. dont l'atelier a assuré les réalisations matérielles. J'adresse mes remerciements aux assistants, moniteurs et collaborateurs techniques de ce département pour l'aide qu'ils m'ont accordée sans compter.

SOMMAIRE

I. INTRODUCTION

- 1.1 Historique des machines à effet de sol
- 1.2 Principe des machines à sustentation par effet de sol
 - 1.21 Jet plein
 - 1.22 Jets multiples
 - 1.23 Jet annulaire
- 1.3 Etudes des jets déviés
- 1.4 Objet de cette étude

2. ETUDES THEORIQUES ANTERIEURES SUR LES JETS DEVIES

- 2.1 Fluide non visqueux
 - 2.11 Hypothèse du centre de courbure unique
 - 2.111 Théorie du jet mince
 - 2.1111 Hypothèses de cette théorie
 - 2.1112 Calcul de surpression sous la base
 - 2.1113 Coefficient de décharge
 - 2.1114 Coefficient de réaction de jet
 - 2.1115 Hypothèses d'A.JAUMOTTE
 - 2.1116 Coefficient d'amplification
 - 2.112 Théories dites du jet épais
 - 2.1121 Etude dynamique d'un écoulement courbe
 - 2.1122 Hypothèses pour l'étude du jet épais
 - 2.1123 Théorie exponentielle
 - 2.1124 Théorie Crewe et Eggington
 - Théorie de Pinnes
 - 2.12 Etudes par transformations conformes
 - 2.121 Théorie de Strand
 - 2.1211 Cas du jet périphérique
 - 2.1212 Cas du jet droit
 - 2.122 Résultats de F.Ehrich
- 2.2 Théories avec entrainement visqueux
 - 2.21 Théorie du Chaplin

- 2.22 Théorie du Shan-fu-shen
- 2.23 Théorie de CC HSU
- 2.24 Travaux de J.P. Mathieu
- 2.25 Autres études sur des jets normaux à une paroi

3. DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET METHODES DE MESURE

- 3.1 Schéma d'ensemble
- 3.2 Description des appareils
 - 3.21 Ventilateur
 - 3.22 Moteur d'entraînement
 - 3.23 Conduit d'aspiration
 - 3.24 Conduit de refoulement
 - 3.25 Caisson de tranquillisation
 - 3.26 Table de mesures
- 3.3 Appareils de mesure
 - 3.31 Mesures géométriques
 - 3.32 Pressions
 - 3.321 Les capteurs
 - 3.322 Les manomètres
 - 3.33 Support de sondes
- 3.4 Conduite des mesures
 - 3.41 Réglage des éléments fixes
 - 3.42 Réglage de la pression
 - 3.43 Relevés
- 3.5 Précision
- 3.6 Considération de similitude
 - 3.61 Choix des grandeurs
 - 3.62 Groupement π sans dimensions
- 3.7 Différents types d'essais

4. ETUDE EXPERIMENTALE DU JET DROIT

- 4.1 Répartition de pression p_s au sol
 - 4.11 Influence de p_j
 - 4.12 Réduction p_s/p_j

- 4.13 Utilisation de données géométriques différentes
- 4.14 Réduction des dimensions géométriques
- 4.15 Influence du facteur h/t
- 4.16 Évolution du profil
- 4.17 Recherche d'un profil réduit unique
- 4.2 Evolution de la pression p_0 suivant l'axe
- 4.3 Distribution de la pression en avant de la paroi
- 4.4 Etude de distribution de vitesses
 - 4.41 Dans la section de sortie
 - 4.42 Ralentissement sur l'axe du jet
 - 4.43 Evolution de la vitesse au long de la paroi
- 4.5 Comparaison à un écoulement de fluide parfait
 - 4.51 Expressions générales
 - 4.52 Ecoulement de fluide parfait
 - 4.53 Etude analogique
 - 4.531 Principe
 - 4.532 Montage utilisé
 - 4.533 Conditions expérimentales
 - 4.534 Résultats expérimentaux
- 4.6 Utilisation des courbes de répartition de pression au sol
 - 4.61 Poussée au sol
 - 4.62 Poussée réactive
 - 4.63 Influence de h/t

5. JET DEVIE PAR UNE PRESSION LATÉRALE

- 5.1 Répartition de pression au sol
 - 5.11 Conditions expérimentales
 - 5.12 Influence de h/t
 - 5.121 $h/t = 0$
 - 5.122 Valeurs du maximum
 - 5.123 Position du maximum
 - 5.124 Existence d'un minimum
- 5.2 Valeurs de la pression sous la base
 - 5.21 Résultats expérimentaux
 - 5.22 Observations
 - 5.23 Comparaison avec les valeurs théoriques

5.3 Variation du débit

5.4 Etude de la vitesse dans la section de sortie

5.41 Principe

5.42 Observations

5.421 Pression d'arrêt

5.422 Pression statique p_f

5.423 Direction du vecteur vitesse

5.424 Module du vecteur vitesse

5.5 Distribution de la vitesse

5.51 Principe

5.52 Distribution de la vitesse

5.53 Frontières du jet

5.6 Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques

5.61 Etude analogique

5.611 Données

5.612 Résultats expérimentaux

5.62 Courbes de vitesses dans la section de sortie

5.63 Pression sous la base

5.64 Pression au sol

5.65 Frontière du jet

6. CONCLUSIONS

1. INTRODUCTION

1.1 Historique des machines à effet de sol

Cette étude expérimentale d'un jet d'air a été suggérée par l'apparition en 1955 des machines dites "à effet de sol".

Le principe n'en est pas récent puisque selon l'étude de Leslie Hayward (1) une machine de ce type était déjà proposée en 1716.

Cependant sous leurs formes diverses les véhicules à coussin d'air, qu'ils soient terrestres, aquatiques ou amphibies n'ont été réalisés qu'au cours des cinquante dernières années. Beaucoup de brevets furent pris mais nous ne citerons que les réalisations de l'Allemand Muller von Thomamhul en 1916, du Français Jean Birrad en 1935, de l'Australien A.U. Alcock à partir de 1912, de Douglas Kent Warner aux U.S.A. dans les années 1928 et suivantes, de l'Anglais James R. Porter en 1909. Tous fabriquèrent des appareils assurant leur sustentation au moins partielle par effet de sol. Un autre pionnier, le Finlandais Kaario fit de nombreux vols expérimentaux à partir de 1935.

Les réalisations les plus spectaculaires n'ont encore qu'une dizaine d'années. Les brevets de Christopher Cocherell datant de décembre 1955 ont permis la création de la Société Hovercraft Développement Ltd et la construction des appareils Saunders-Roe maintenant en exploitation commerciale. Durant la même période une cinquantaine de modèles différents ont été construits dans diverses nations, la France ayant pour sa part la solution originale des Terraplanes de la Société Bertin (qui construit actuellement l'Aérotrain).

Sous la direction du Professeur JAUMOTTE (12) l'Institut de Mécanique Appliquée de l'Université Libre de Bruxelles a construit la plate forme volante PV 1 et étudié un appareil plus important.

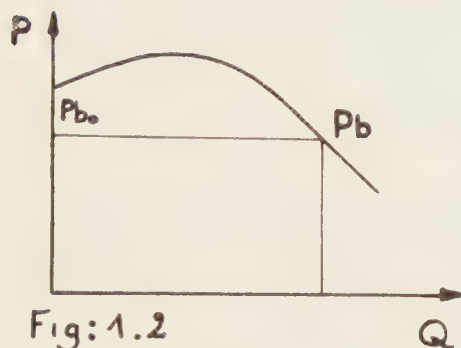
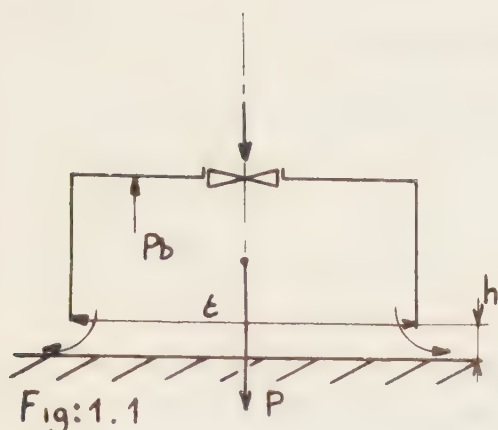
1.2 Principe des machines à sustentation par effet de sol

Pour toutes les réalisations pratiques citées, le principe peut être ramené à l'un des types suivants.

1.21 Jet plein (" plenum chamber ")

Un ventilateur refoule de l'air dans une capacité dont la concavité est tournée vers le sol (fig. 1.1).

Tant que le contact avec le sol est assuré, ce qui correspond à l'absence de débit d'air, la pression p_b qui s'établit sous la base de surface S correspond au point de fonctionnement à débit nul sur la caractéristique du ventilateur (fig. 1.2).



. Si la force de pression $F = p_b \cdot S$ est alors supérieure au poids P de l'ensemble, l'appareil se soulève.

. En admettant un déplacement axial, un état d'équilibre s'établit lorsque la pression p_b sous base est telle que

$$P = p_b \cdot S$$

La hauteur h de levée assure une section de sortie du débit Q sous la pression p_b sur le pourtour de l'appareil.

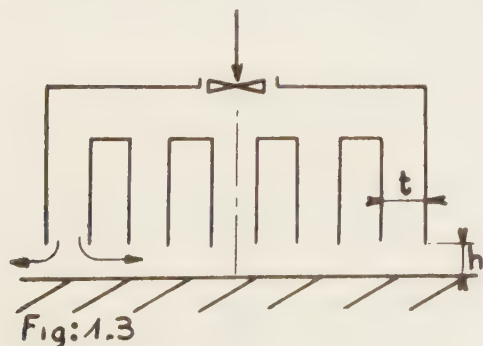
En première approximation le coefficient de débit de l'ajutage périphérique peut être pris à la valeur de 0,6. Il est par suite possible à partir de la courbe caractéristique du ventilateur d'évaluer la hauteur de levée h en fonction du poids P à soulever.

. Malheureusement ces appareils sont particulièrement instables et très sensibles à la répartition des charges.

. Avec ce type d'appareil on se trouve dans le cas d'un jet d'air issu d'un orifice de très grande dimension transversale t par rapport à la hauteur h de levée, h/t est très faible.

1.22 Jets multiples

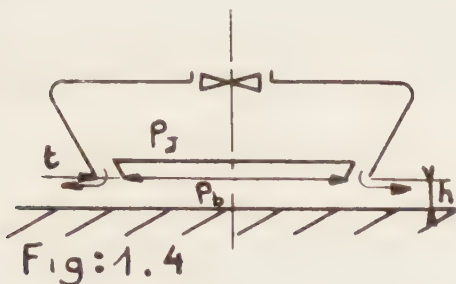
Pour améliorer la stabilité, un second procédé consiste à utiliser plusieurs jets alimentés simultanément par un seul ventilateur ou mieux, séparément par plusieurs ventilateurs (fig. 1.3). La surface utile des jets ne représente plus qu'une fraction de la surface totale de la base.



Il en résulte par contre une certaine indépendance des pressions et des poussées locales ce qui assure une meilleure stabilité de cette machine que dans le cas de la cavité unique. Cette solution a été adoptée par les Terraplanes de la Société BERTIN. Dans ce cas encore, le rapport h/t reste faible, par exemple 0,1.

1.23 Jet annulaire

Le procédé actuellement le plus utilisé consiste à créer une surpression sous une base pleine par l'intermédiaire d'un jet périphérique (fig. 1.4).



Du fait de la courbure du jet il apparaît à travers la section de sortie une pression statique qui va en croissant de l'extérieur où règne la pression atmosphérique jusque sous la base où règne la pression p_b . Cette pression p_b assure l'essentiel de la portance. Il faut cependant ajouter l'effet dû à la pression statique à travers le

jet de même que l'effet réactif dû au débit de quantité de mouvement dirigé verticalement vers le bas.

La fente étant étroite par rapport à la hauteur de levée le rapport h/t peut être grand.

$$\text{Ex : } \left(\frac{h}{t} = 10\right).$$

Cette configuration se prête à l'utilisation de jets dirigés obliquement vers l'intérieur et non plus normalement au sol.

1.3 Etudes des jets déviés

Si l'on s'attache seulement à la formation du jet d'air dans ces différentes machines trois types semblent pouvoir être pris en considération.

1.31 Un jet issu d'une cavité constituant un réservoir de grande capacité qui évolue en restant parallèle à une paroi. L'étude des jets avec paroi latérale a fait l'objet de travaux théoriques et expérimentaux que l'on trouve dans Abramovitch " The theory of turbulent jets " (2) au chapitre " Flow produced by a semi-contained turbulent jet ".

Une étude expérimentale et théorique a fait également l'objet des travaux de Jean Mathieu " Contribution à l'étude aérothermique d'un jet plan évoluant en présence d'une paroi " (3).

1.32 Un jet plein dévié symétriquement par rapport à son axe du fait d'une paroi normale à l'axe du jet.

Une étude fondamentale d'un jet cylindrique dévié par une paroi est traitée par une méthode analogique par A. Leclerc " Déviation d'un jet liquide par une plaque normale à son axe " (4).

1.33 Un jet plus ou moins épais dirigé normalement ou obliquement par rapport à une paroi. Ce jet se trouve dévié du fait de la paroi mais

aussi du fait d'une pression latérale comme dans le cas des jets annulaires.

Les jets pleins et les jets périphériques ont été décrits dans de nombreux travaux récents en raison de l'intérêt suscité par les machines à effet de sol. D'une façon générale l'objectif de ces travaux est d'étudier le comportement dans les différentes phases du vol des machines à effet de sol. Ils sont basés sur des hypothèses simplificatrices concernant les conditions de l'écoulement du fluide. Le chapitre suivant sera consacré au résumé des principaux résultats ainsi établis.

1.4 Objet de cette étude

Le comportement d'ensemble d'une machine à effet de sol est fonction de très nombreux paramètres concernant la géométrie de la machine, son assiette par rapport au sol, les caractéristiques dynamiques du ventilateur, l'état statique ou en mouvement de l'appareil. Ce comportement se prête mal à une étude fondamentale.

A côté de l'aspect pratique des études sur les jets déviés par le sol, entreprises avec l'idée d'une application directe, au cas des machines à effet de sol dont l'utilisation commerciale prend actuellement une très grande ampleur, nous pouvons considérer l'aspect plus fondamental de la configuration des jets en présence d'une paroi. Il est en effet très important de connaître leurs champs des vitesses et des pressions afin de disposer de renseignements nécessaires à une meilleure connaissance des écoulements turbulents. De nombreuses expériences ont porté sur les jets libres mais à notre connaissance, nous ne disposons pas de description quantitative des jets déviés turbulents.

Notre étude a été entreprise pour donner un document de référence complète sur ce type d'écoulement. Nous avons limité notre objectif à l'étude des caractéristiques essentielles d'un jet de fluide qui sortant d'une fente sous une pression d'arrêt constante p_0 , se trouve dévié par un obstacle plan infini placé plus ou moins près de l'orifice de sortie.

Les deux chapitres principaux correspondent d'une part au cas où l'écoulement n'est pas confiné latéralement et d'autre part au cas où un confinement fait apparaître une pression latérale.

Nous étudierons l'influence des divers paramètres et ferons des comparaisons entre les résultats théoriques relatifs aux fluides parfaits et les résultats expérimentaux.

2. ETUDES THEORIQUES ANTERIEURES SUR LES JETS DEVIES

Une étude bibliographique du Service de Documentation Scientifique et Technique de l'Armement donne une liste de 170 documents publiés à la date du 31 Décembre 1965 sur le thème des machines à effet de sol. Cette liste est sans doute loin d'être exhaustive. Elle montre l'intérêt accordé dans le monde entier par les laboratoires de recherches à ce genre d'appareil.

Pour rester dans le domaine relatif à la configuration du jet nous ne retiendrons dans ce chapitre que les exposés des théories les plus fréquemment citées en référence. Nous insisterons plus particulièrement sur les hypothèses de base qui permettent de formuler et d'aborder les problèmes. Ces mêmes hypothèses limitent d'ailleurs la portée pratique des résultats obtenus.

Ces approches théoriques, très simples en général, conduisent néanmoins à des résultats déjà très satisfaisants dans leur représentation des phénomènes réels de portance des véhicules. En s'appuyant sur des hypothèses plausibles quoique très élémentaires le comportement d'ensemble des machines se trouve ainsi correctement prévu.

Nous verrons d'abord un premier groupe d'études où la viscosité du fluide est supposée négligeable et où l'on utilise les résultats classiques concernant les fluides parfaits. Les effets visqueux se traduisant par des entraînements et des tourbillons sont pris en considération dans un second groupe qui est ensuite présenté.

2.1 Fluide non visqueux

L'assimilation de l'air à un fluide parfait permet les études les plus simples. Ce fait admis, on peut ensuite classer les travaux en deux catégories. Dans la première, l'écoulement est supposé avoir un centre de courbure unique. Dans la seconde, cette hypothèse n'existe plus et l'étude de l'écoulement est traitée à l'aide des transformations conformes.

2.11 Hypothèse du centre de courbure unique

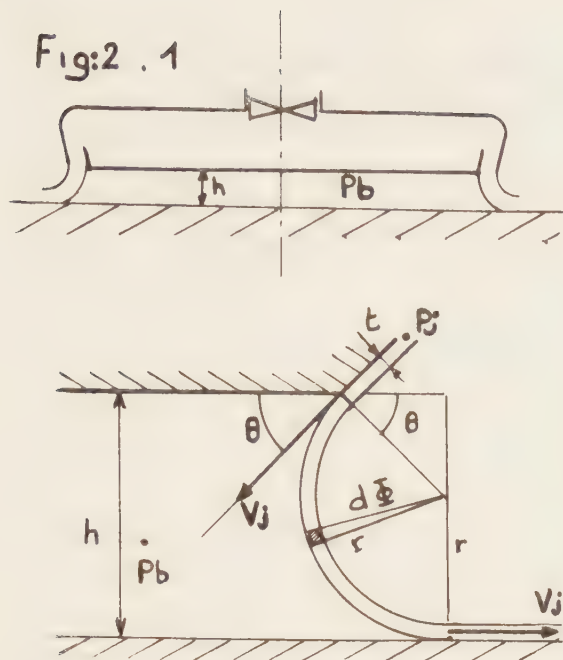
Cette hypothèse simplificatrice est utilisée par de nombreux auteurs en particulier dans l'étude qui semble la première en date, présentée par H.R.CHAPLIN (8) et connue sous le nom de " Théorie du jet mince ".

2.111 Théorie du jet mince

La théorie de CHAPLIN a été fréquemment reprise et pour ne garder que les textes de langue française nous citerons " Les plates-formes à effet de sol " par P.H. POISSON, QUINTON et A.BEVERT (9) ainsi que "Statique des véhicules à coussin d'air " par A. JAUMOTTE et A.KIEDRZYNSKI (10).

2.1111 Hypothèses de cette théorie

Fig:2 .1



La figure 2.1 précise les données géométriques caractérisant les conditions de vol au point fixé d'une plate-forme soutenue par un jet annulaire.

La pression atmosphérique extérieure est prise comme référence pour l'évaluation de la surpression p_b sous la base.

La théorie du jet mince admet que depuis la sortie de la fente annulaire jusqu'au contact avec le sol les lignes de courant sont circulaires et contenues dans un plan méridien que la largeur t du jet est très faible par rapport à la hauteur de levée h de sorte que l'on peut définir un rayon r pour la courbure du jet dont l'épaisseur reste constante.

On admet que les lignes de courants sont normales à la section de sortie et se raccordent tangentiellement au sol.

Le fluide est considéré comme incompressible et non visqueux. Il n'y a donc pas de mélange par entraînement ni à l'intérieur du coussin, ni à l'extérieur.

La pression p_b sous la base est supposée uniforme. On admet encore que l'écoulement a lieu à énergie constante.

Enfin l'étude est faite pour un écoulement bidimensionnel. Les dimensions extérieures de la machine interviennent uniquement pour évaluer l'effet global.

2.1112 Calcul de la surpression sous la base p_b

L'une des frontières du jet est soumise à la pression atmosphérique, l'autre à la pression du coussin. Pour cette étude en jet mince il est supposé que cette dernière pression reste peu supérieure à la pression extérieure et que tout se passe comme si le jet débouchait à l'air libre, ce qui revient à prendre $p = 0$ dans le jet.

Si p_j est la pression d'arrêt dans le conduit d'alimentation, la vitesse V dans le jet est uniforme et donnée par $p_j = \frac{1}{2} \rho V^2$.

Le débit volume par unité d'épaisseur est $Q = t V$

Le débit de quantité de mouvement est $J = \rho t V^2 = 2 p_j t$

En appliquant au jet le théorème d'Euler en projection horizontale

(ou ce qui reviendrait au même en écrivant que la force centrifuge qui s'exerce sous un élément de volume $r d\theta$ est équilibrée par la force pressante due à p_b) on obtient (toujours par unité d'épaisseur)

$$F = p_b h = J + J \cos \theta = J (1 + \cos \theta) \quad (2.1)$$

$$\text{d'où } p_b h = 2 p_J t (1 + \cos \theta)$$

$$\text{et } \frac{p_b}{p_J} = 2 \frac{t}{h} (1 + \cos \theta)$$

$$\text{Posons } X = \frac{t}{h} (1 + \cos \theta)$$

$$\text{il vient } \frac{p_b}{p_J} = 2 X \quad (2.2)$$

Comme p_b doit rester faible et voisin de zéro, il en est de même pour X de sorte que cette théorie ne sera acceptable que pour t/h faible ce qui correspond pour une fente de largeur donnée à de grandes hauteurs de vol. La limite supérieure pour X étant de l'ordre de 0,1.

2.1113 Coefficient de décharge

CHAPLIN introduit alors la notion de coefficient de décharge, D_c notior analogue à celle du coefficient de contraction. Il exprime la contraction qu'implique le passage du débit Q à travers la section latérale de sortie sous une pression d'alimentation égale à celle qui règne sous le caisson

$$Q = t \sqrt{\frac{2}{\rho} p_j} = D_c h \sqrt{\frac{2}{\rho} p_b}$$

$$\text{d'où } D_c = \frac{t}{h} \sqrt{p_J / p_b}$$

$$\text{donc } D_c = \frac{1}{1 + \cos \theta} \sqrt{\frac{X}{2}}$$

2.1114 Coefficient de réaction de jet

Le coefficient de réaction de jet C_J est défini comme le rapport de la poussée à travers la section de sortie du jet $\int_0^t (\rho V^2 + p) dy$ à la quantité de mêmes dimensions $p_b \cdot t$.

Avec les hypothèses relatives au jet $\int_0^t (p v^2 + p) dy = 2 p_J \cdot t$

d'où
$$C_J = \frac{2 p_J \cdot t}{p_b \cdot t} = \frac{1}{X}$$

2.1115 Hypothèses d'A.JAUMOTTE

A.JAUMOTTE adopte une autre hypothèse sur la valeur de la pression statique dans le jet. Il la suppose constante et égale à la moyenne entre la pression sous la base et la pression atmosphérique extérieure soit

$$p = \frac{p_b}{2}$$

Il en résulte des valeurs différentes de la vitesse du jet

$$v = \sqrt{\frac{2 p_J - p_b}{\rho}} \quad \text{car } p_J = p + \frac{1}{2} \rho v^2$$

Le débit volumique et le débit de quantité de mouvement sont aussi différents. En utilisant la même notation on obtient comme rapport entre la pression sous la base et la pression d'arrêt du jet

$$\frac{p_b}{p_J} = \frac{2 X}{1 + X} \quad (2.3)$$

Comme p_b ne peut être supérieure à p_J la théorie n'est évidemment valable que pour $0 < X \leq 1$

Ces hypothèses n'étant applicables qu'aux faibles valeurs de X la différence sur les résultats pratiques sont de peu d'importance. Ainsi pour $X = 0,1$ on obtient avec la relation (2.2) $p_b / p_J = 0,2$ et avec la relation

$$(2.3) \quad p_b / p_J = \frac{0,2}{1,1} = 0,182.$$

2.1116 Coefficient d'amplification

Il est caractéristique d'une machine dont il fait apparaître les dimensions par le périmètre de la fente l et la surface de la base S .

Le coefficient A d'amplification de portance est le rapport de la portance avec effet de sol à la poussée réactive d'un jet libre de mêmes caractéristiques (même débit à travers la même fente).

$$\text{La portance } L = S p_b + J l \sin \theta$$

L'effet réactif du même jet seul serait égal à Jl

$$\text{d'où } A = \frac{S p_b + Jl \sin \theta}{Jl}$$

$$\text{Or d'après (2.1) } p_b = \frac{J}{h} (\cos \theta + 1)$$

$$\text{d'où } A = \frac{S (\cos \theta + 1)}{lh} + \sin \theta$$

JAUMOTTE introduit la notion de diamètre hydraulique de la machine

$$D = \frac{4S}{l}$$

d'où

$$A = \sin \theta + \frac{\cos \theta + 1}{4 h/D}$$

2.112 Théories dites du jet épais

Lorsque l'épaisseur t du jet ne peut plus être considérée comme très petite par rapport à la hauteur h (pour $\frac{t}{h} > 0,1$ par exemple), il y a lieu de tenir compte de la variation de pression statique à travers le jet pour avoir une meilleure image du phénomène réel.

Ceci a été fait de diverses manières dans des études dues à STANDON JONES (13) CREWE et EGGINGTON (14), PINNES (11), STRAND (6), EHRICH (16), etc...

Nous ne retiendrons de ces travaux que les résultats relatifs à la connaissance du jet c'est à dire ceux concernant les valeurs de la pression et de la vitesse locales du fluide et la forme des frontières.

2.1121 Etude dynamique d'un écoulement courbe

L'étude dynamique d'un écoulement de fluide parfait conduit aux équations d'EULER traduisant l'égalité vectorielle

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{F} - \text{grad } p$$

p étant ici la pression absolue.

En projection sur un système d'axes liés à la trajectoire et dans l'hypothèse d'un écoulement permanent on obtient le système d'équations intrinsèques.

$$\text{sur la tangente à la trajectoire} \quad p V \frac{\partial V}{\partial s} = \rho T - \frac{\partial p}{\partial s}$$

$$\text{sur la normale à la trajectoire} \quad \rho \frac{V^2}{r} = \rho N - \frac{\partial p}{\partial n}$$

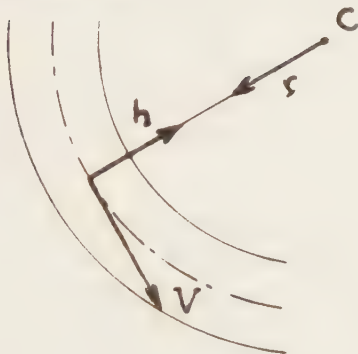
Si l'on peut négliger la force de volume $\vec{F}$ due pratiquement à la pesanteur devant les forces d'inertie, le système devient

$$p V \frac{\partial V}{\partial s} = - \frac{\partial p}{\partial s}$$

et

$$p \frac{V^2}{r} = - \frac{\partial p}{\partial n}$$

Fig. 2.2



Si l'on peut également faire l'hypothèse d'un centre de courbure unique pour les différentes lignes de courant dans une section droite on a (fig. 2.2)

$$dr = - dn$$

ce qui permet d'écrire la dernière relation

$$\rho \frac{V^2}{r} = \frac{\partial p}{\partial r} \quad (1)$$

Celle-ci exprime que l'augmentation de pression lorsque le rayon de courbure augmente permet de compenser la force centrifuge qui s'exerce sur les éléments du fluide.

Par ailleurs si l'écoulement permanent est irrotationnel il est à énergie constante dans toute la masse fluide donc pour un fluide considéré comme incompressible

$$\rho \frac{V^2}{2} + p = C^{te} = p_J \quad p_J = \text{pression d'arrêt}$$

Cette expression différenciée par rapport à r donne

$$\frac{\partial p}{\partial r} + \rho V \frac{\partial V}{\partial r} = 0$$

et tenant compte de (1)

$$\rho \frac{V^2}{r} + \rho V \frac{\partial V}{\partial r} = 0$$

$$\frac{dV}{V} + \frac{dr}{r} = 0$$

et en intégrant $V \cdot r = C^{te}$

Cette expression donne la vitesse et par suite la pression en un point où le rayon de courbure est connu et à centre de courbure unique.

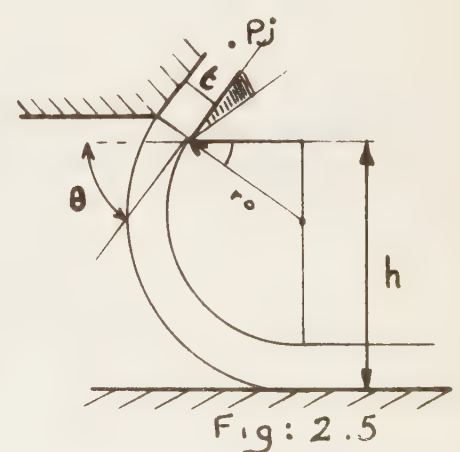
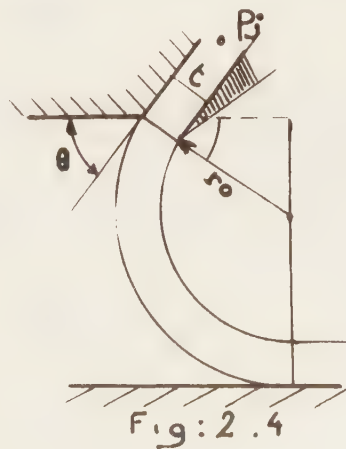
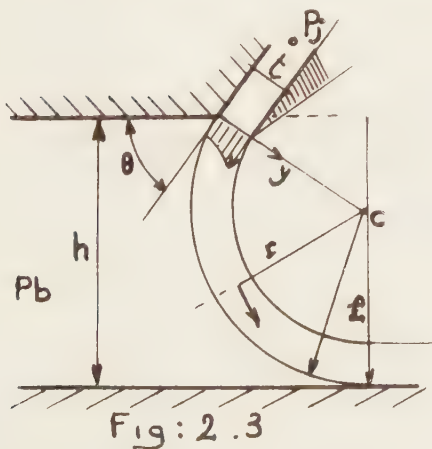
2.1122 Hypothèses pour l'étude du jet épais

Les études ont en commun qu'elles considèrent l'air comme un fluide parfait incompressible. L'écoulement est supposé irrotationnel et il est admis que le potentiel de vitesse est constant dans la section de sortie donc que les vecteurs vitesses sont normaux à cette section. Toutes sont conduites dans le cas d'un écoulement bidimensionnel pour une tranche d'épaisseur unité.

Les théories les plus simples font alors explicitement ou implicitement l'hypothèse que les lignes de courant sont circulaires et que dans sa partie courbe le jet reste de largeur constante t avec un centre de courbure unique.

De petites différences apparaissent dans le schéma adopté pour représenter la configuration de l'écoulement. Les modifications qui en résultent dans l'expression des grandeurs caractéristiques ont en fait une importance mineure dans l'évaluation des résultats. Nous avons de ce fait ramené ces théories à un schéma unique.

Voici ci-dessous certains des schémas adoptés. JAUMOTTE [12] cite d'autres formes d'écoulements admissibles.



2.1123 Théorie exponentielle

La théorie exponentielle établie par STANDON JONES (13) est la plus souvent citée par les auteurs qui se sont intéressés à l'étude pratique des jets annulaires et des machines à effet de sol. Son domaine d'application (les faibles valeurs de t/h) correspond effectivement aux conditions d'utilisation réelle.

Il est admis que les rayons de courbures étant peu différents puisque la largeur t est faible, r garde la même valeur dans les calculs.

STANDON JONES prend cette valeur égale à (fig. 2.3)

$$r = r_b = \frac{h}{1 + \cos \theta}$$

En conservant la notation (2.1112)

$$X = \frac{t (1 + \cos \theta)}{h}$$

on voit que $X = \frac{t}{r}$

Tenant compte de ce que l'écoulement est à énergie constante, on peut écrire :

$$p_J - p = \frac{1}{2} \rho V^2$$

soit d'après (1)

$$p_J - p = \frac{r}{2} \frac{dp}{r}$$

On obtient l'équation différentielle simple

$$\frac{dp}{p_J - p} = 2 \frac{dr}{r}$$

r étant supposé constant l'intégration entre la frontière extérieure où règne la pression atmosphérique prise comme référence (donc $p = 0$) et un point dont l'abscisse radiale y (prise par rapport à la frontière intérieure) donne

$$\left| -L (p_J - p) \right|_0^p = \frac{2 (t - y)}{r}$$

$$\frac{p}{p_J} = 1 - e^{-\frac{2 (t - y)}{r}}$$

Sur la frontière extérieure la vitesse V_o est donnée par

$$\frac{1}{2} \rho V_o^2 = p_J$$

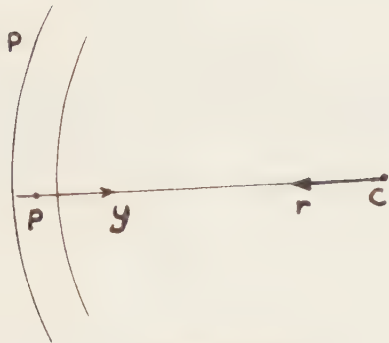


Fig : 2.6

En un point du jet où règne la pression p on aura

$$\frac{1}{2} \rho V^2 = p_J - p$$

d'où

$$\frac{V^2}{V_o^2} = 1 - \frac{p}{p_J} = e^{-\frac{2(t-y)}{r}}$$

$$\frac{V}{V_o} = e^{-\frac{(t-y)}{r}}$$

En particulier pour $y = 0$ sur la frontière intérieure du jet

$$\frac{p_b}{p_J} = 1 - e^{-\frac{2t}{r}}$$

$$\frac{V_b}{V_o} = e^{-\frac{t}{r}}$$

ou

$$\frac{p_b}{p_J} = 1 - e^{-2X}$$

$$\text{et} \quad \frac{V_b}{V_o} = e^{-X}$$

Pour que le rayon de courbure r varie de façon négligeable à travers le jet il faut que la largeur t soit faible devant r donc que $X = \frac{t}{r}$ soit petit.

La théorie n'est donc acceptable que pour X faible et inférieure à 0,2 par exemple.

2.1124 Théorie de Crewe et Eggington - Théorie de Pinnes

CREWE et EGGINGTON (14) effectuant l'intégration suivant l'épaisseur t du jet et en tenant compte de la variation de r .

On obtient alors :

$$\left| -L(p_J - p) \right|_0^p = \left| 2Lr \right|_{r_0}^r$$

d'où

$$\frac{p_J}{p_J - p} = \frac{r^2}{r_o^2} \quad \text{donc} \quad \frac{p}{p_J} = 1 - \left(\frac{r_o}{r} \right)^2$$

Conservant l'hypothèse des lignes de courant de forme circulaire avec épaisseur constante du jet et avec le même schéma d'écoulement on obtiendrait en un point d'abscisse radiale y prise par rapport à la frontière intérieure

$$\frac{p}{p_J} = 1 - \left(\frac{r_b - t}{r_b - y} \right)^2$$

et en particulier à la frontière intérieure ou $y = 0$

$$\frac{p_b}{p_J} = 1 - \frac{(r_b - t)^2}{(r_b)^2} = \frac{2 r_b \cdot t - t^2}{r_b^2}$$

$$\frac{p_b}{p_J} = \frac{2 r_b / t - 1}{(r_b / t)^2}$$

Utilisant la même expression $X = \frac{t}{r_b}$

il vient

$$\frac{p_b}{p_J} = \frac{\frac{2}{X} - 1}{\left(\frac{1}{X} \right)^2} = X (2 - X)$$

PINNES (11) aboutit à des conclusions similaires en utilisant un autre schéma d'écoulement. Il note qu'il faut supposer, reportée dans la canalisation d'admission une zone de transition au cours de laquelle s'établit la distribution de pression et de vitesse fixée par la courbure du jet. La même hypothèse doit être faite pour établir un écoulement à pression et vitesse constantes le long du sol.

La relation $V \cdot r = C^{te}$ appliquée à la frontière extérieure où règne la pression ambiante prise comme référence donne

$$V_o^2 = \frac{2p_J}{\rho}$$

Or
$$\frac{V}{V_o} = \frac{r_o}{r}$$

d'où la pression locale

$$p = \frac{1}{2} \rho V_o^2 \left[1 - \left(\frac{r_o}{r} \right)^2 \right]$$

soit

$$\frac{p}{p_J} = 1 - \left(\frac{r_o}{r} \right)^2$$

Cette même relation nous avait donné

$$\frac{p_b}{p_J} = X (2 - X)$$

La vitesse locale étant donnée par

$$V = V_o \frac{r_o}{r} = \sqrt{\frac{2p_J}{\rho}} \frac{r_b - t}{r}$$

Sa valeur à la frontière intérieure serait

$$V_b = \sqrt{\frac{2p_J}{\rho}} (1 - X)$$

Comme le fait CHAPLIN (8), PINNES indique que le rayon de courbure ne devrait pas être gardé constant le long d'une ligne de courant. En effet lorsque le jet pénètre sous la base, le périmètre de sortie diminue de sorte que pour satisfaire l'équation de continuité la vitesse doit augmenter. La relation $Vr = C^{te}$ (si le centre de courbure est bien unique) implique une diminution de r . Cette variation est une fonction des dimensions extérieures de la machine.

2.12 Etudes par transformations conformes

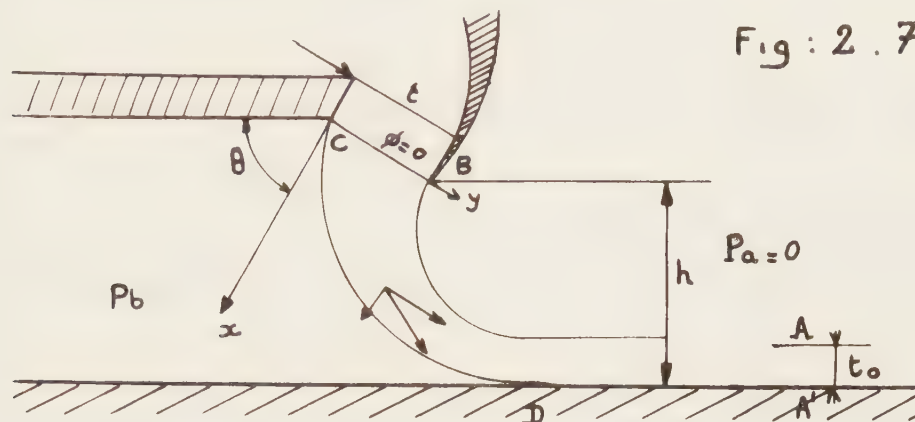
Les études précédentes ont en commun une hypothèse évidemment très simpliste concernant la forme circulaire des lignes de courant. Elles n'abordent pas l'étude de la contraction du jet qui doit se produire le long du sol.

2.121 Théories de STRAND

2.1211 Cas du jet périphérique

STRAND (15) donne une solution exacte à l'étude d'un jet périphérique,

étude satisfaisante dans la mesure où les hypothèses initiales de calcul sont bien représentatives du phénomène réel.



Les hypothèses concernent d'une part le fluide supposé parfait (non visqueux) et incompressible et d'autre part l'écoulement. Il est admis que celui-ci est irrotationnel et à énergie constante. On admet de plus que les vecteurs vitesses dans la section de sortie sont parallèles entre eux et normaux à cette section.

STRAND traite à partir de représentations conformes l'étude du champ d'écoulement c'est-à-dire du module et de la direction des vecteurs vitesses ainsi que de la pression en tout point. Il détermine les frontières du jet, lorsque sont données les dimensions géométriques et la pression génératrice.

Pour cela, il faut préciser une propriété du fluide le long de chaque frontière du jet représentée par la figure 2.7. (lignes CA' et BA).

STRAND se fixe la pression p_b sous la base plutôt que la hauteur h qui sera déterminée lors de l'étude. Les frontières extérieure AB et intérieure CD sont des lignes de courant sur lesquelles la vitesse est constante et en particulier de valeur $V_o = \sqrt{\frac{2p_J}{\rho}}$ sur la ligne AB.

La sortie BC est par hypothèse une équipotentielle dont le potentiel φ est pris comme référence $\varphi_{BC} = 0$. La direction des vecteurs vitesses y est donnée par l'angle θ repéré dans un système d'axes x Cy indiqué sur la figure 2.7.

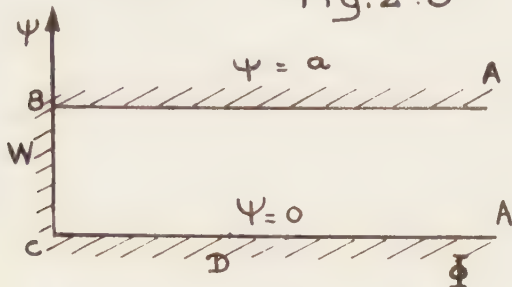
La fonction de courant Ψ est arbitrairement fixée à la valeur zéro le long de CD et à la valeur constante $\underline{a}$ représentant le débit le long de BA. Avec les sens choisis, les vecteurs vitesses ont suivant DA' l'orientation $\pi - \theta$. Leur direction et leur valeur sont aussi connues à l'infini et valent respectivement $\pi - \theta$ et V_o le long de la frontière AA'.

Enfin entre le débit $a = \int_0^t V_{CB} dt$ et les valeurs V_0 et t_0 on a :

$$a = V_0 t_0$$

Les transformations conformes utilisées font appel à trois plans complexes :

Fig: 2.8

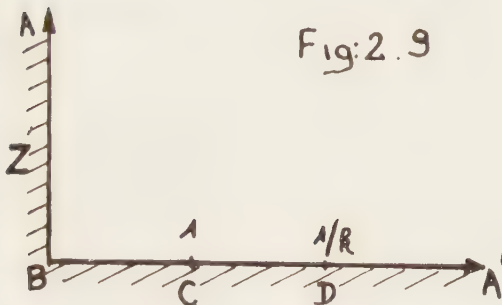


- le plan W représente le potentiel complexe suivant la relation

$$w = \phi + i \psi$$

le domaine correspond à l'écoulement est représenté figure 2.8 d'après les hypothèses précédentes.

Fig: 2.9

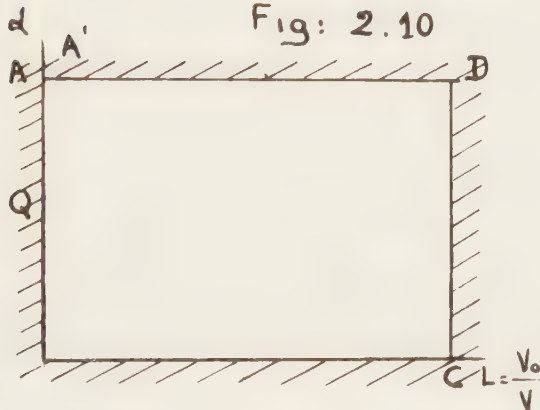


- Le plan Z résulte de la transformation du plan w en utilisant la relation de SCHWARTZ-CHRISTOFFEL

$$Z = \cosh (\pi w / 2a) \quad (1)$$

Le domaine étudié donne le premier quadrant du plan Z (fig. 2.9) où le point C figure en 1 sur l'axe réel.

Fig: 2.10



- Le plan Q où plan hodographe représente le champ des vitesses selon la relation

$$Q = L \frac{V_0}{V} + i \alpha$$

Les hypothèses relatives à l'écoulement définissent le domaine rectangulaire représenté fig.

En particulier le point D est tel que

$$Q = L \frac{V_0}{V_1} + i (\pi - \theta)$$

Ce domaine du plan Q est transformé dans le plan Z ci-dessus suivant une relation de SCHWARTZ-CHRISTOFFEL définie par

$$Q = M \int_0^Z \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} + N \quad (2)$$

où M , N et k sont des constantes inconnues mais qui sont déterminées par les conditions aux angles de la transformation. En étudiant le point B on trouve aisément $N = 0$. En étudiant le point C on établit :

$$L \frac{V_0}{V_1} = M K \quad (K \text{ intégrale elliptique complète de première espèce de module } k)$$

L'étude de A donne

$$M = \frac{\pi - \theta}{K'} \quad (K' \text{ intégrale elliptique complète de première espèce de module } k' = \sqrt{1 - k^2})$$

d'où

$$K/K' = L \frac{V_0}{V_1} / (\pi - \theta)$$

Le point D se trouve ainsi transformé au point $1/k$ de l'axe réel du plan Z.

Comme il est convenu de fixer p_b (et non la hauteur h) la vitesse $V_1 = \sqrt{2 \frac{pJ}{\rho} - p_b}$ est connue de même que V_0 et θ , le rapport K/K' étant connu, les tables permettent de trouver k .

En éliminant Z entre les équations (1) et (2) la relation

$$Q = \frac{\pi - \theta}{K'} \int_0^{\cos h(\pi \omega / 2a)} \frac{dt}{\sqrt{(1 - t^2)(1 - h^2 t^2)}}$$

détermine le vecteur vitesse comme fonction de ω donc du potentiel de vitesse et de la fonction de courant.

Il faut établir ensuite la relation entre le potentiel de vitesse, la fonction de courant et les coordonnées x et y du point considéré. Exprimée à l'aide de variables sans dimensions cette relation est donnée par les équations :

$$d(x/t_0) = \left(\frac{V_0}{V} \right) \cos \alpha \, d\left(\frac{\varphi}{Q}\right) - \sin \alpha \, d\left(\frac{\psi}{Q}\right)$$

et

$$d(y/t_0) = \left(\frac{V_0}{V} \right) \sin \alpha \, d\left(\frac{\varphi}{Q}\right) + \cos \alpha \, d\left(\frac{\psi}{Q}\right)$$

A partir de ces relations STRAND donne plus particulièrement en fonction de t/h et de l'angle θ

- la distribution de vitesse dans la section de sortie (fig.2.11)
- le rapport p_b/p_J (fig.2.12)
- le coefficient de contraction t_x/t (fig.2.13)

2.1212 Cas du jet plein

STRAND (8) reprend la même méthode et les mêmes hypothèses pour procéder à une étude mathématique d'un jet plein dirigé normalement à une paroi. Le schéma correspondant est représenté ci-dessous avec la même notation que pour le jet annulaire. (fig.2.14)

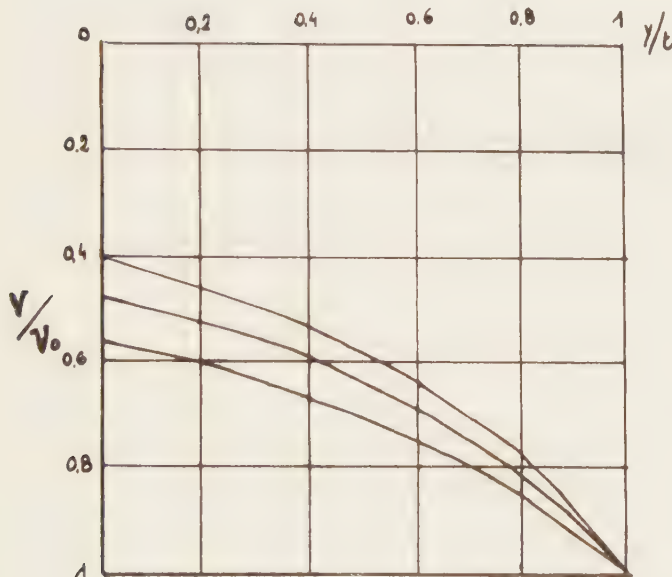


Fig: 2 . 11 a

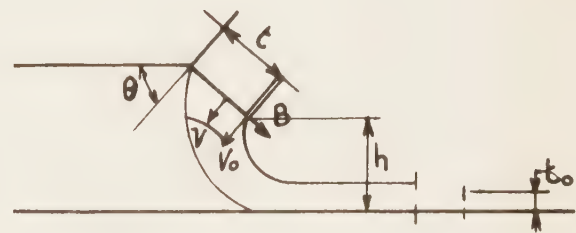


Fig: 2 . 11 b

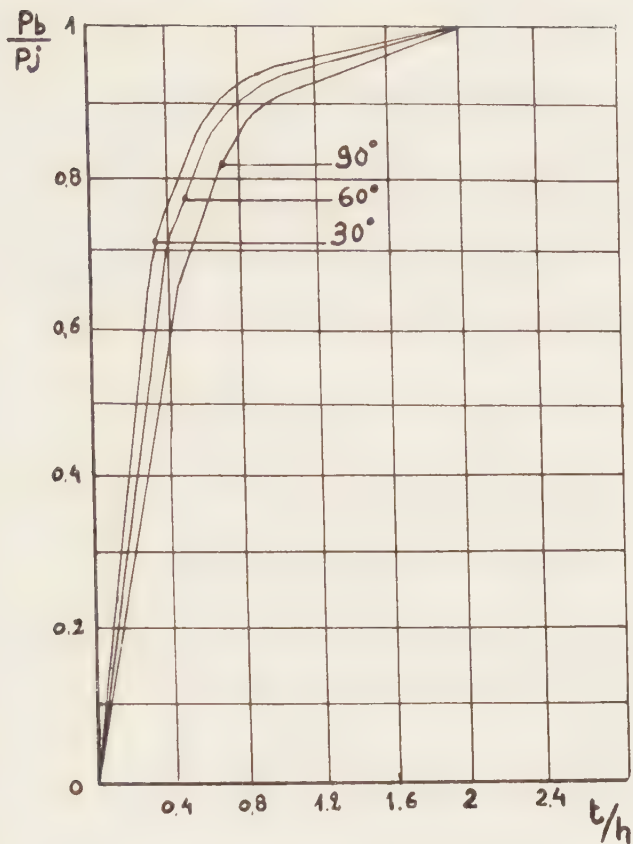


Fig: 2.12

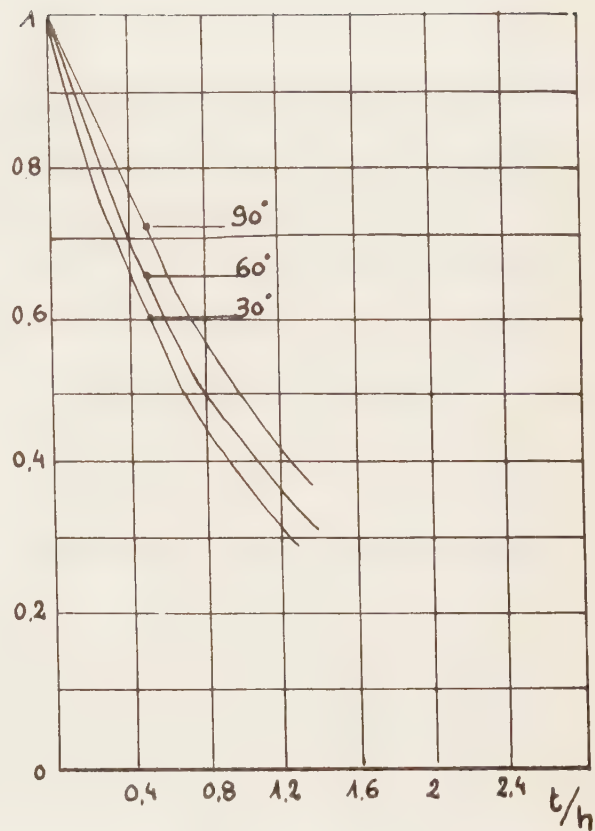


Fig: 2.13

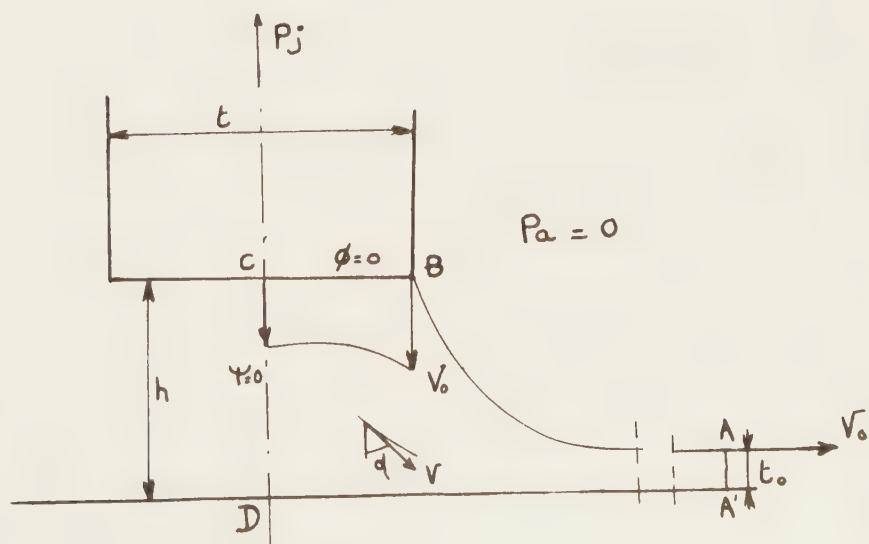


Fig: 2.14

L'écoulement présentant un axe de symétrie, les directions des vecteurs vitesses sont connues le long des frontières CD, DA', A'A. Comme précédemment on impose que, quelque soit h, les vecteurs vitesses soient parallèles et normaux à la section de sortie BC. Il en résulte que le potentiel est constant le long de cette frontière où il est pris égal à zéro. On retrouve encore $\Psi = 0$ et $\Psi = a$ le long des lignes de courants CDA' et de la frontière extérieure BA d'où

$$a = V_o \cdot t_o \quad \text{avec} \quad V_o = \sqrt{\frac{2p_J}{\rho}}$$

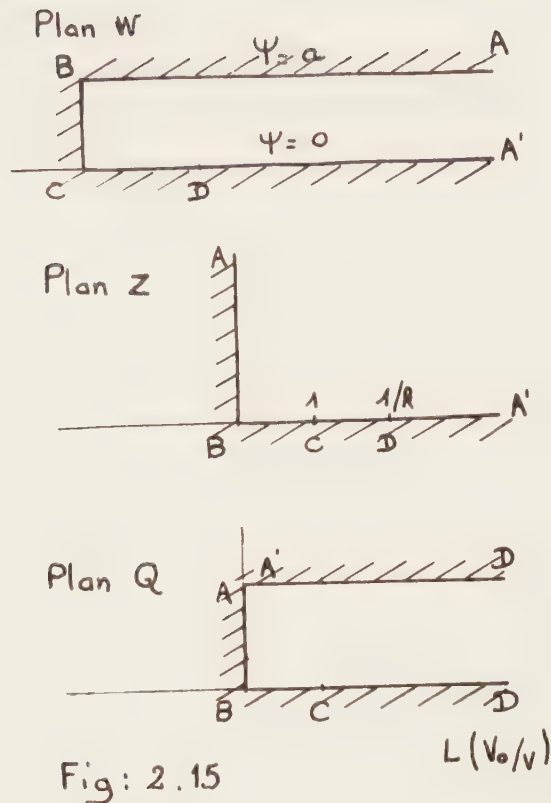
Les transformations conformes utilisent à nouveau trois plans :

- le plan W tel que $W = \varphi + i\Psi$
- le plan hodographe Q tel que $Q = L \left(\frac{V_o}{V} \right) + i \cdot \theta$
- le plan Z où figure le domaine représentant l'écoulement après les transformations conformes

$$Z = \cos h \left(\pi \omega / 2a \right) \text{ pour le plan W}$$

$$Q = M \int_0^Z \frac{dz}{1/k^2 - Z^2} + N \text{ pour le plan Q}$$

Ces trois plans sont représentés sur la figure 2.15.



Les relations

$$Q = \frac{1}{2} L \frac{1/k + \cosh(\frac{\pi \omega}{2a})}{1/k - \cosh(\frac{\pi \omega}{2a})}$$

et

$$d(x/t_0) = \frac{V_0}{V} \left[\cos \alpha d(\varphi/a) - \sin \alpha d(\psi/a) \right]$$

$$d(y/t_0) = \frac{V_0}{V} \left[\cos \alpha d(\varphi/a) + \sin \alpha d(\psi/a) \right]$$

permettent d'établir

- la distribution de vitesses à travers le jet pour diverses valeurs de t/h
- le coefficient de contraction du jet $\frac{2 t_0}{t}$
- les équations paramétriques de la frontière du jet

- l'expression de la pression statique au sol en fonction de la distance à l'axe du jet (point d'arrêt)

Les figures (2.16,a,b,c,d) donnent les graphes correspondants.

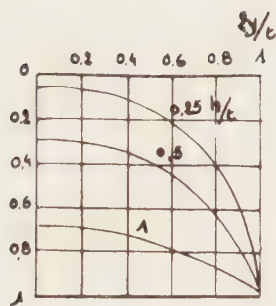
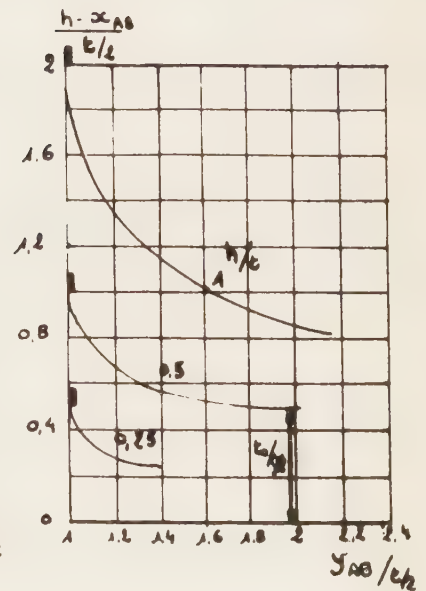
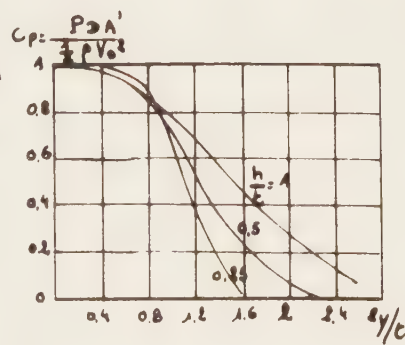
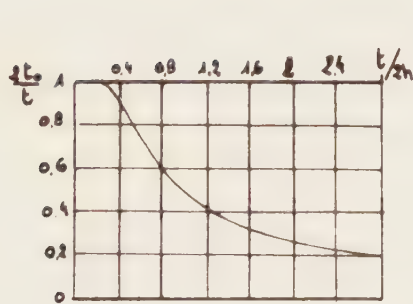


Fig : 2.16



2.122 F.EHRICH (13) étudie également à l'aide de transformations conformes la configuration d'un jet plein dirigé normalement ou obliquement sur une paroi et celle d'un jet annulaire dévié latéralement par la pression régnant sous la base. Il conserve la totalité des hypothèses faites par STRAND concernant les propriétés du fluide; cependant le mode de transformation utilisé n'impose plus dans la section de sortie la condition des vecteurs vitesses parallèles entre eux et normaux à cette section.

2.2 Théories avec entrainement visqueux

Il a été reconnu que le comportement d'ensemble d'une machine à effet de sol était assez correctement prévu à l'aide des études précédentes par un effet heureux de compensation partielle entre les diverses hypothèses d'approximation. Il est cependant bien évident que l'hypothèse d'un jet de fluide parfait ne permet pas d'interpréter les résultats expérimentaux obtenus lors d'une étude des répartitions de pressions et de vitesses.

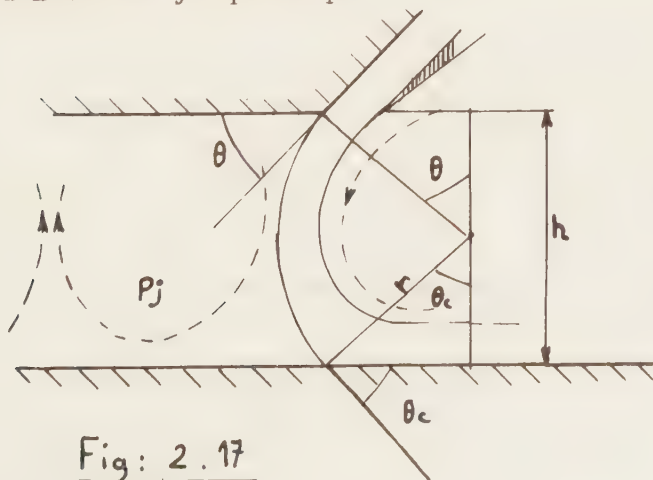
La viscosité du fluide provoque un entrainement visqueux de l'air environnant tant à l'extérieur que sous la base.

Du fait de cet entrainement la notion de frontière définie n'est plus acceptable. De plus l'énergie initiale du fluide se trouve progressivement absorbée.

Dans le volume limité offert sous la base, l'entrainement provoque l'apparition d'un ou plusieurs tourbillons lesquels modifient la répartition de pressions au sol et sous la base. Le jet est en réalité bifurqué et il existe un point d'arrêt au sol.

2.21 Théorie de CHAPLIN

CHAPLIN (17) a établi une théorie où, sans abandonner l'hypothèse d'un noyau de fluide parfait, il utilise un débit de fluide entrainé de part et d'autre du jet principal.



Le schéma de l'écoulement est basé sur les hypothèses suivantes :

- La courbure r du jet est constante entre la fente de sortie et le point d'arrêt au sol. L'angle de collision est appelé θ_c - Si S_c est la longueur de la trajectoire curviligne, on peut déduire de cette hypothèse les relations (fig.2.17)

$$h = r (\cos \theta + \cos \theta_c)$$

$$S_c = r \left[\pi - (\theta + \theta_c) \right]$$

$$(1) \quad S_c = h \frac{\pi - (\theta + \theta_c)}{\cos \theta + \cos \theta_c}$$

Ces résultats supposent encore que l'épaisseur du jet est suffisamment faible par rapport à la hauteur pour que la trajectoire soit convenablement représentée par une simple ligne.

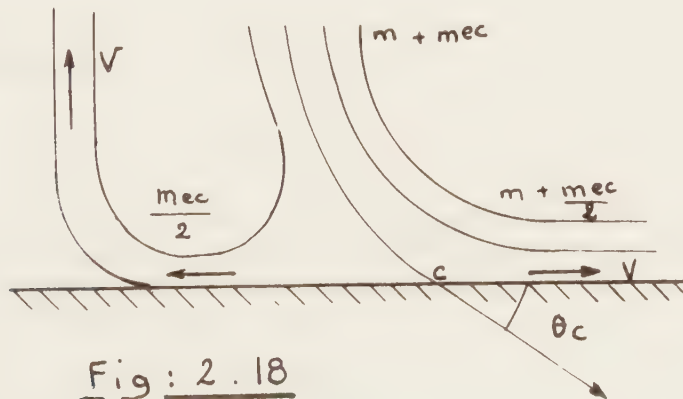
- Le débit masse m_e du fluide total entraîné est le même de part et d'autre du jet (comme ce serait le cas pour un jet libre). L'entraînement est donc par hypothèse, égal à $m_e/2$ de chaque côté du jet.

- Il est admis que le rapport du débit masse entraîné au débit masse total, pris en un point de la trajectoire est une fonction du rapport de la longueur s de cette trajectoire depuis la fente de sortie à la largeur t de cette fente. Si m est le débit de la fente on a en particulier au voisinage immédiat du point d'arrêt c

$$(2) \quad \frac{m_{ec}}{m_{ec} + m} = f\left(\frac{s_c}{t}\right)$$

- Enfin il est supposé que les vitesses du fluide avant et après le point d'arrêt garde la même valeur.

Il résulte de ces hypothèses le schéma d'écoulement donné figure 2.18 où les masses sont prises au voisinage immédiat du point d'arrêt.



Elle permet d'évaluer θ_c . En effet, au voisinage du point d'arrêt les débits masse sont respectivement :

- avant l'impact $m + m_{ec}$ auquel correspond une quantité de mouvement

$$J_c = V (m + m_{ec})$$

- après l'impact et sous la base un débit $\frac{m_{ec}}{2}$ et une quantité de mouvement

$$J_b = V \frac{m_{ec}}{2}$$

- après l'impact et vers l'extérieur un débit $\frac{m_{ec}}{2} + m$ et une quantité de mouvement

$$J_e = V \left(m + \frac{m_{ec}}{2} \right)$$

Il résulte de ces expressions que

$$J_c = J_b + J_e$$

En appliquant à cet écoulement le théorème de la quantité de mouvement en projection horizontale on obtient (en négligeant la variation de pression vers l'intérieur)

$$J_e - J_b - J_c \cos \theta_c = 0$$

d'où l'on tire

$$\frac{J_b}{J_c} = \frac{1 - \cos \theta_c}{2}$$

et plus simplement dans ce cas

$$(3) \quad \frac{m}{m_{ec} + m} = \cos \theta_c$$

Afin de poursuivre l'étude, la théorie citée fait une nouvelle approximation qui consiste à adopter pour le jet dévié les résultats de TOLLMIEEN relatifs à l'entraînement par un jet plan de fluide turbulent et incompressible issu d'une source rectiligne.

Dans cette théorie on considère une zone initiale à noyau potentiel de fluide, une zone de transition et une zone de régime d'affinité établie où le jet devient similaire à un écoulement de fluide issu d'une fente étroite.

Dans cette zone de régime établi, le débit total M serait donné, selon la théorie utilisée, par la relation

$$M^2 = C p J s'$$

où C est une constante et s' la distance considérée, mesurée depuis l'origine fictive du jet.

CHAPLIN utilise un schéma simplifié pour représenter le débit total en fonction de la distance (fig. 2.19). Reportant l'origine fictive dans la sec-

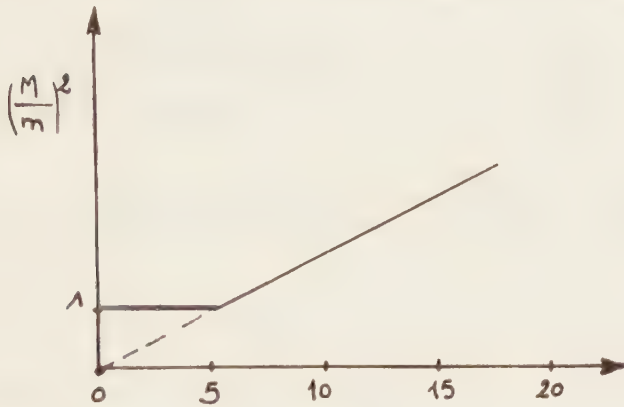


Fig : 2.19

tion de sortie, il distingue seulement une zone initiale à débit sensiblement constant (entraînement négligeable) où $M = m$ et à partir d'une distance s_1 une zone de régime établi où le débit M est tel que

$$\left(\frac{M}{m}\right)^2 = \frac{s}{s_1}$$

La distance s_1 , origine de cette zone est exprimée en fonction de la largeur initiale t par

$$s_1 = k t$$

D'après les travaux de FORTHMANN la valeur k peut être prise égale à 5.

Par suite si $s_c > 5t$ on a

$$\frac{m + m_{ec}}{m} = \sqrt{\frac{s_c}{5t}}$$

d'où d'après (3)

$$\frac{m}{m + m_{ec}} = \sqrt{\frac{5t}{s_c}} = \cos \theta_c \quad (4)$$

La fonction $f\left(\frac{s_c}{t}\right) = \frac{m_{ec}}{m + m_{ec}}$ est donc exprimée dans ce cas par

$$f\left(\frac{s_c}{t}\right) = 1 - \sqrt{\frac{5t}{s_c}} = 1 - \cos \theta_c$$

Les relations (1) et (4) conduisent après élimination de s_c au calcul de θ_c lorsque sont données les caractéristiques géométriques θ, h , et t . On trouve ensuite s_c et le débit d'entraînement m_e .

La pression sous la base est calculée à partir de la courbure puisque

$$p = p_b = \frac{\rho V^2}{r} = \frac{J}{r}$$

le débit de quantité de mouvement J étant constant tout le long du jet.

Pour évaluer la portance P pour une machine de surface S , de périmètre l , CHAPLIN admet que le tourbillon produit sous la base une poussée égale à la quantité de mouvement $\frac{m_e}{2} V$ correspondante.

Dans la référence 10 JAUMOTTE propose d'affecter cette poussée d'un coefficient β inférieur à l'unité. On a alors :

$$P = J l \sin \theta + p_b S + \beta \frac{m_e V}{2}$$

d'où le coefficient d'amplification $A = \frac{L}{l J}$

$$A = \sin \theta + \frac{p_b S}{l J} + \beta \frac{m_e V}{2 l J}$$

Rappelons que $p_b = \frac{J}{r}$, que $S/l = \frac{D_e}{4}$, que $r = \frac{h}{\cos \theta + \cos \theta_c}$

que $J = (m + m_e) V$

d'où

$$A = \sin \theta + \frac{D_e}{4} (\cos \theta + \cos \theta_c) + \beta \left(\frac{1 - \cos \theta_c}{2} \right)$$

Cette relation comparée à l'expression établie dans le cas du jet mince de fluide parfait qui donnait

$$A = \sin \theta + \frac{D_e}{4h} (1 + \cos \theta)$$

fait apparaître une diminution de valeur $(1 - \cos \theta_c) \left(\frac{\beta}{2} - \frac{D_e}{4h} \right)$

Le caractère visqueux du fluide entraîne donc une réduction de la portance.

2.22 Théorie de SHAN-FU-SHEN

Le schéma simplifié d'écoulement donné par la théorie précédente admet l'uniformité de la vitesse dans une section du jet et la proportionnalité du débit et de la quantité de mouvement. Il est modifié par SHAN-FU-SHEN (19) qui adopte un profil de vitesse également dû à TOLLMIEEN pour les jets d'air débouchant à l'air libre dans la zone de régime établi.

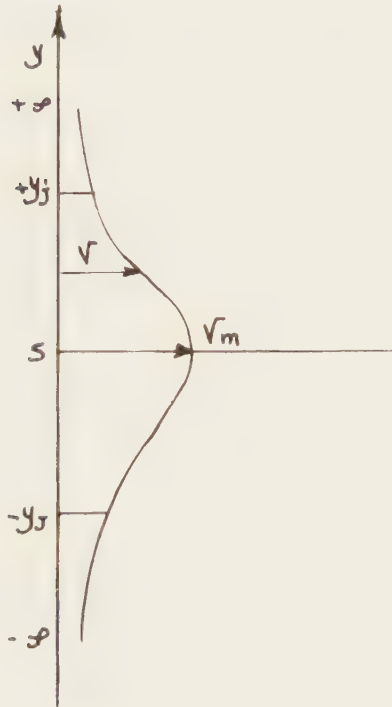


Fig : 2.20

La répartition de vitesse à travers une section droite à la distance s de la sortie est donnée par fig.2.20.

$$V = V_m (1 - t_{gh}^2 \eta)$$

où V est la vitesse locale en un point d'ordonnée y

V_m est la vitesse maximale sur l'axe

$\delta = \delta \frac{y}{s}$ où δ est une constante prise égale à 7,67 lors d'applications numériques.

La vitesse V_m est elle même donnée par

$$V_M = \frac{U}{L^{\frac{1}{2}}} s^{\frac{1}{2}}$$

U et L étant une vitesse et une longueur de référence pour le jet.

Les autres hypothèses restent les mêmes que précédemment à savoir :

- assimilation du jet courbe à un jet droit et en particulier égalité des débits d'entraînement extérieur et intérieur.
- conservation de la valeur absolue des vitesses avant et après le point d'arrêt au sol.
- trajectoire de courbure constante pour laquelle

$$s_c = r \left[\pi - (\theta + \theta_c) \right] \text{ alors que } h = r (\cos \theta + \cos \theta_c)$$

Ce schéma d'écoulement permet d'évaluer une largeur y_J qui correspond, au niveau du point d'arrêt, à la conservation du débit initial m . On doit avoir :

$$m = \int_{-y_J}^{+y_J} V \, dy$$

On trouve également le débit total et le débit d'entraînement intérieur

$$m + m_{ec} = \int_{-\infty}^{+\infty} V \, dy \quad \text{et} \quad \frac{m_{ec}}{2} = \int_{-\infty}^{-y_J} V \, dy$$

Les quantités de mouvement correspondantes sont les intégrales en ρV^2 . De ce fait, l'angle θ_c est maintenant défini par

$$\frac{1 - \cos \theta_c}{2} = \frac{J_b}{J_c} = \frac{\int_{-}^{+y_J} \rho V^2 \, dy}{\int_{-}^{+} \rho V^2 \, dy}$$

La pression sous la base devient

$$p_b = \frac{\int_{-}^{+} \rho V^2 \, dy}{r}$$

Le coefficient d'amplification est évalué d'après la relation établie par CHAPLIN.

2.23 Théorie de C.C.HSU

Une étude d'un jet de fluide visqueux débouchant à proximité du sol est présentée par C.C.HSU (18). L'influence du tourbillon induit et de l'effet d'entraînement sur la pression sous la base, y est évaluée. En comparant les expressions théoriques établies pour un fluide non visqueux et pour un fluide visqueux il est montré que l'écart est essentiellement dû à l'action de l'air entraîné, l'effet du tourbillon étant de peu d'importance.

Le principe de cette étude est le même que pour les travaux précédemment cités. Le jet courbe est assimilé à un jet droit débouchant à l'air libre ; les expressions caractérisant la répartition de vitesses dans le jet

et la fonction d'entrainement sont empruntées aux travaux d'ALBERSTON (20).

Ce sont des relations empiriques.

Pour la vitesse

$$\log \frac{u}{U} = - 18,4 \left[0,096 + \frac{y - t/2}{x} \right]^2 \quad \text{zone d'établissement du régime}$$

$$\log \frac{u}{U} = - 0,36 - 1,84 \frac{y^2}{x^2} \quad \text{zone de régime établi}$$

où U est la vitesse de sortie du jet et u la composante axiale de la vitesse en un point x, y .

Pour la fonction d'entrainement

$$f\left(\frac{s_c}{t}\right) = \frac{0,080 s_c / t}{1 + 0,080 s_c / t} \quad \text{pour } s_c / t < 5,2$$

$$f\left(\frac{s_c}{t}\right) = 1 - 1,613 \sqrt{\frac{t}{s_c}} \quad \text{pour } s_c / t > 5,2$$

Par contre pour l'évaluation des débits de quantité de mouvement avant et après le partage du jet dans la région du point C, l'égalité des vitesses n'est plus imposée; les rapports (fig.2.21)

$$\frac{V}{V_e} = a \quad \text{et} \quad \frac{V_b}{V_e} = b$$

qui dans la théorie de CHAPLIN sont égaux à l'unité, sont ici fixés pour une application numérique à

$a = 1,40$ dans la zone d'établissement et $a = 1,38$ dans la zone établie.

$b = 0,30$ dans la zone d'établissement et $b = 0,39$ dans la zone établie.

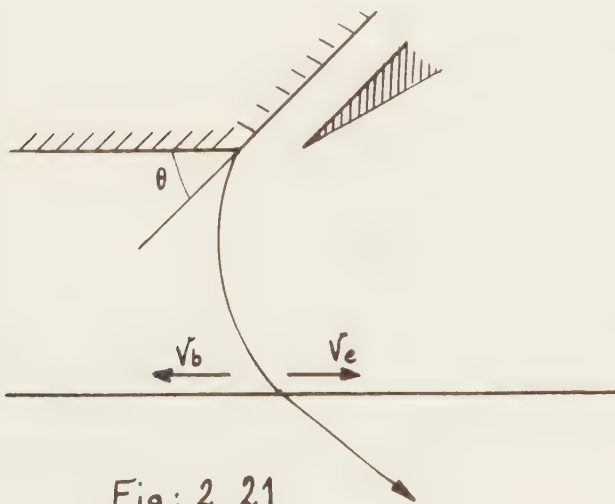


Fig: 2.21

De plus, le débit d'entraînement n'est pas supposé identique de part et d'autre du jet. La quantité de fluide entraîné sous la base est seulement $\lambda \frac{m_{ec}}{2}$ avec $\lambda < 1$.

Pour une application pratique des relations établies on pose $\lambda = b$.

L'étude conclue que le coefficient d'amplification établi par la théorie du jet mince de fluide non visqueux peut être surestimé de 50%.

2.24 Travaux de J.P.MATHIEU

Les travaux de J.P.MATHIEU (3) relatifs à l'étude des jets dirigés vers une paroi, ont des objectifs différents des études précédentes. Ils rejoignent les recherches concernant la structure d'un jet avec paroi latérale (wall jet) et s'intéressent principalement à la structure aérodynamique (profils de vitesses, coefficient de tension, turbulence et aérothermique du jet au delà du point d'impact).

Ainsi que l'indique la figure 2.22 un jet d'air à la température ambiante où préalablement chauffé est dirigé obliquement sur une plaque flux-métrique refroidie.

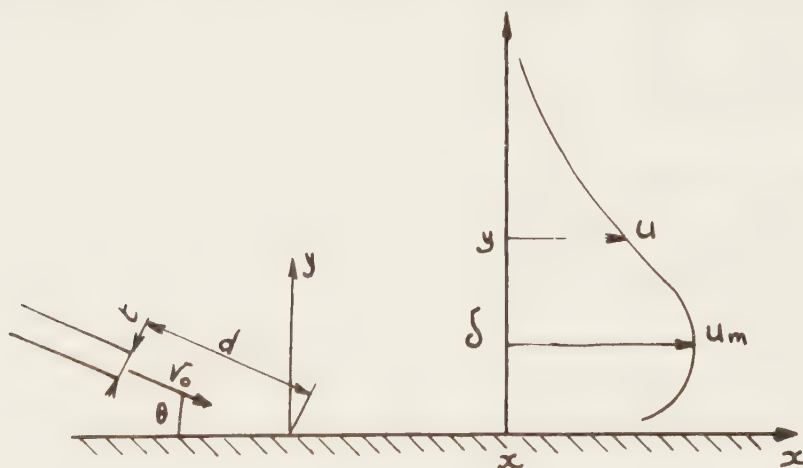


Fig 2.22

Le jet bidimensionnel est du type mince puisque en moyenne $t/d = 0,025$. La vitesse de sortie V_0 est supposée normale et uniforme dans toute la section de sortie. L'angle d'incidence θ est généralement faible (7° , 10° , 13°) mais peut atteindre 35° .

Le jet est donc à faible courbure la variation de pression statique sera négligée. Cette pression est supposée être égale en tous points à la pression ambiante.

Nous ne citerons ici que les mesures donnant des relevés de vitesses dans des sections droites successives et l'exploitation qui en est faite. Le gradient de vitesses transversales $\frac{V}{y}$ étant faible on prendra $|U| \approx |V|$.

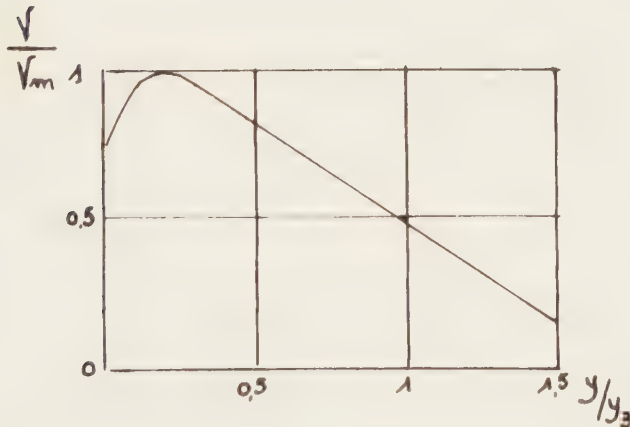
Les tracés $u - f(y)$ pour x donné sont réduits en rapportant la vitesse u à la vitesse maximale U_m dans la section considérée. L'ordonnée y est rapportée à la quantité y_3 épaisseur du jet fictif de même débit masse q_m que le jet réel qui aurait U_m comme vitesse constante. Le fluide étant considéré comme incompressible on a :

$$y_3 = \frac{q_m}{\rho U_m} = \frac{q}{U_m} = \int_0^{\infty} \frac{U}{U_m} dy$$

Il est à noter qu'en pratique cette quantité y_3 se trouve confondue avec y_2 , ordonnée du point où la vitesse est $\frac{U_m}{2}$.

Le tracé $\frac{V}{V_m} \approx \frac{U}{U_m} = f\left(\frac{y}{y_3}\right)$ montre pour toutes les sections l'existence d'un profil unique sauf dans une couche mince au voisinage de la paroi (fig. 2.23). On note la linéarité de ce profil entre les rapports

$$0,4 \leq \frac{y}{y_3} \leq 1,4.$$



Nous retiendrons encore le tracé

$\frac{V_m}{V_o} = f(x)$ (fig. 2.24) et le profil $y_3 = f(x)$ sensiblement rectiligne pour lequel l'angle de divergence est trouvé égal à $4^\circ 5'$. (fig. 2.25)

Fig: 2.23

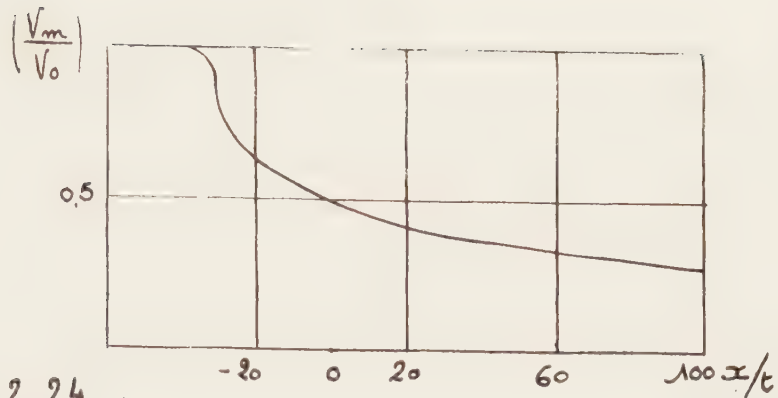


Fig: 2.24

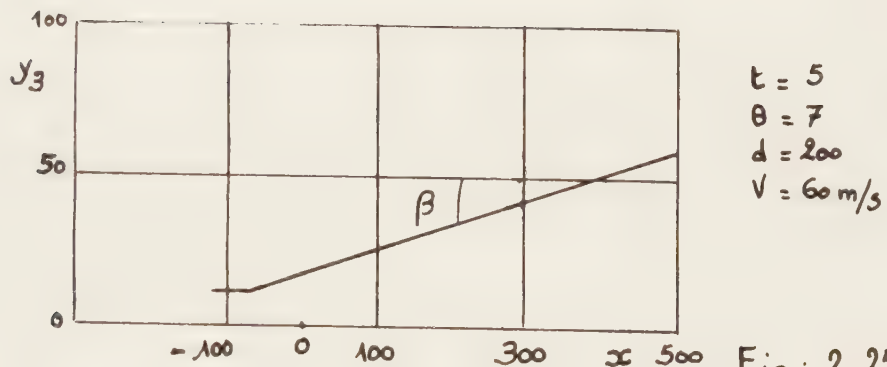
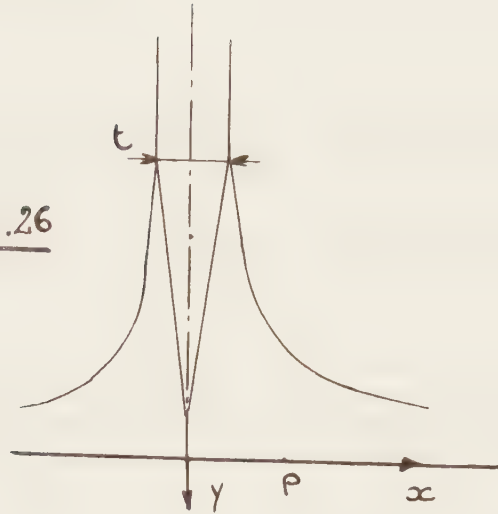


Fig: 2.25

2.25 Autres études sur les jets normaux à une paroi

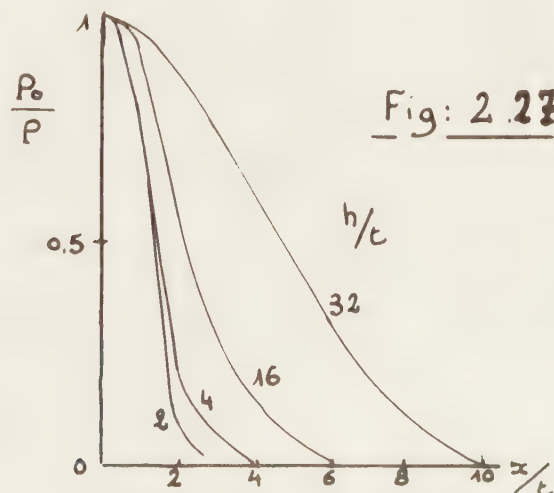
Nous citerons encore l'article de R.GARDON et J.C.AKFIRAT (21) où sont indiqués certains résultats relatifs aux jets frappant une paroi, lesquels rejoignent des mesures que nous avons nous-mêmes effectués. On cite les mesures d'ALBERSTON (20) concernant un jet libre issu d'une fente. Elles montrent que le cœur potentiel du jet s'étend approximativement jusqu'à 5 fois la largeur de la fente. Au delà (fig. 2.26) commence pratiquement la zone de régime établi où la vitesse maximale sur l'axe varie proportionnellement à $\sqrt{l/y}$ (ce serait $\frac{1}{y}$ pour un jet circulaire).

Fig: 2.26

Dans le cas d'un jet cylindrique de diamètre D , selon les travaux de LECLERC (4) qui a travaillé par analogie électrique et de SCHRADER (22) qui a procédé par mesures directes il est montré que le jet se comporte comme un jet libre jusqu'à une distance de la paroi égale à $1,2 D$. A partir de ce point la vitesse sur l'axe diminue jusqu'au point d'arrêt alors qu'augmente la pression statique.

Dans cette région de stagnation, il existe un gradient de pression négatif $\frac{\partial p}{\partial x}$ jusqu'à ce que l'on retrouve la pression ambiante.

La figure 2.27 donne une représentation de la pression à la paroi rapportée à la pression p_0 au point d'arrêt en fonction de x/t pour diverses valeurs du rapport h/t .

Fig: 2.27

3. DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET METHODES DE MESURE

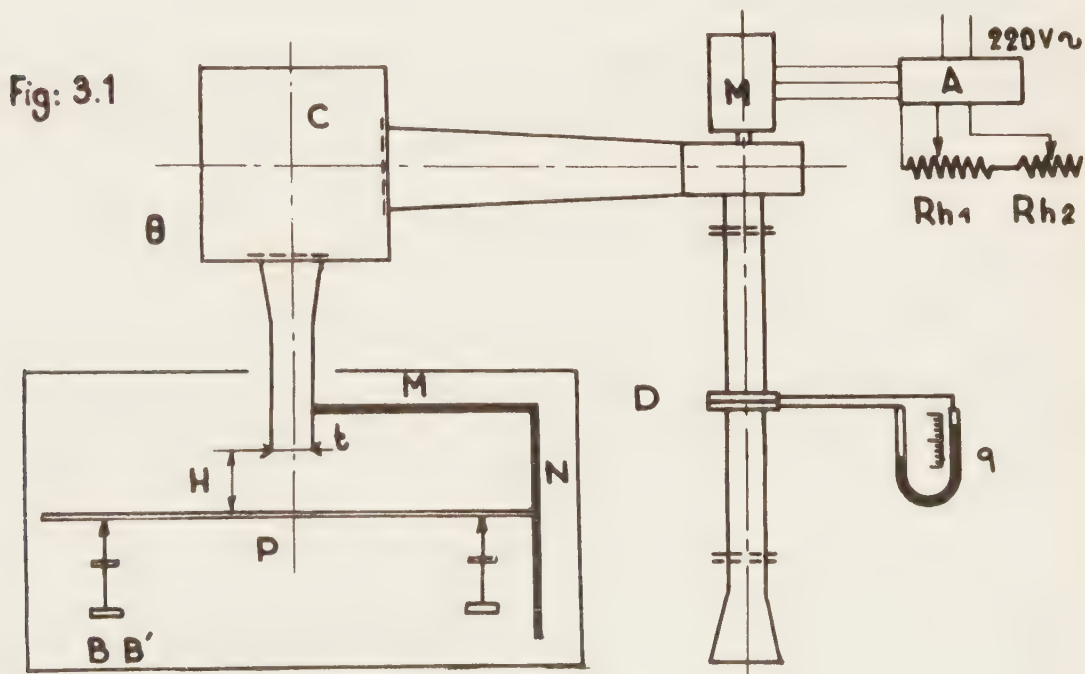
3.1 Schéma d'ensemble

L'objet des travaux étant l'étude de la configuration d'un jet d'air de section rectangulaire dirigé sur une paroi, notre dispositif expérimental devait permettre la réalisation, le réglage et l'exploration d'un tel jet.

Nous nous sommes également imposés la possibilité de faire varier l'orientation du jet par rapport à la paroi et celle de créer une pression latérale.

L'installation (fig. 3.1) comporte essentiellement un ventilateur centrifuge V précédé d'un conduit d'aspiration pour la mesure du débit par un diaphragme D. Un divergent dirige l'air soufflé dans un caisson de tranquillisation C, d'où il est repris par un conduit à section rectangulaire et dirigé vers une paroi réglable P figurant le sol.

D'autres parois M et N permettent de confiner le jet sur l'un des côtés. Deux plaques parallèles B et B' fixent la hauteur du jet.



3.2 Description des appareils

3.21 Ventilateur

Il s'agit d'un ventilateur centrifuge dont la roue a un diamètre de 350 mm. A 2800 t/mn il peut fournir 200 l/s d'air sous une pression totale relative de 150 mm CE.

3.22 Moteur d'entraînement

C'est un moteur électrique LEROY à courant continu de puissance 0,75 kW à 2800 t/mn. L'alimentation sous 170 V par thyratrons secs permet de régler et de stabiliser la vitesse entre 300 et 3000 t/mn indépendamment des fluctuations de tension du réseau.

Deux rhéostats à curseur SOFAIR-ADB, Rh_1 de 3800 Ω et Rh_2 de 360 Ω permettent le choix et le réglage fin de la vitesse.

3.23 Conduit d'aspiration

Le ventilateur est précédé d'un tube rectiligne de 6 m, de diamètre intérieur $\phi_1 = 150$ mm. Un diaphragme normalisé (NF.X 10 - 101) de diamètre $\phi_c = 120$ mm permet l'évaluation du débit Q global par mesure de la pression différentielle à l'aide d'un manomètre à eau donnant une dénivellation q mm CE. En application de la norme AFNOR et compte tenu des caractéristiques géométriques du diaphragme, le débit en volume est donné par la relation

$$Q_{l/s} = 38 \sqrt{q/\varpi_o} \quad \text{ou } q = \frac{Q^2 \varpi_o}{1444}$$

m m CE
g/l

3.24 Conduit de refoulement

La section de sortie rectangulaire 150 x 90 mm est convertie par une manchette courte en un cercle de diamètre 160 mm raccordé à l'entrée d'un divergent. L'angle du divergent étant 7°, la section de sortie raccordée au caisson de tranquillisation à 320 mm de diamètre.

3.25 Caisson de tranquillisation

Il doit permettre une alimentation homogène de la veine d'étude. Les dimensions intérieures sont 1220 x 600 x 600 mm. Deux tamis à mailles fines recouvrent l'entrée et la sortie de l'air. Cette sortie de 450 x 360 mm est raccordée par un conduit profilé réduisant la section à 150 x 90 sur la table de mesures. Dans la partie rectiligne du conduit figure encore un nid d'abeilles. Au niveau de la table de mesures des plaques mobiles permettent

d'ajuster la section de sortie dont la hauteur reste égale à 150 mm alors que la largeur t peut varier entre 90 mm et zéro.

3.26 Table de mesures (fig.3.2)

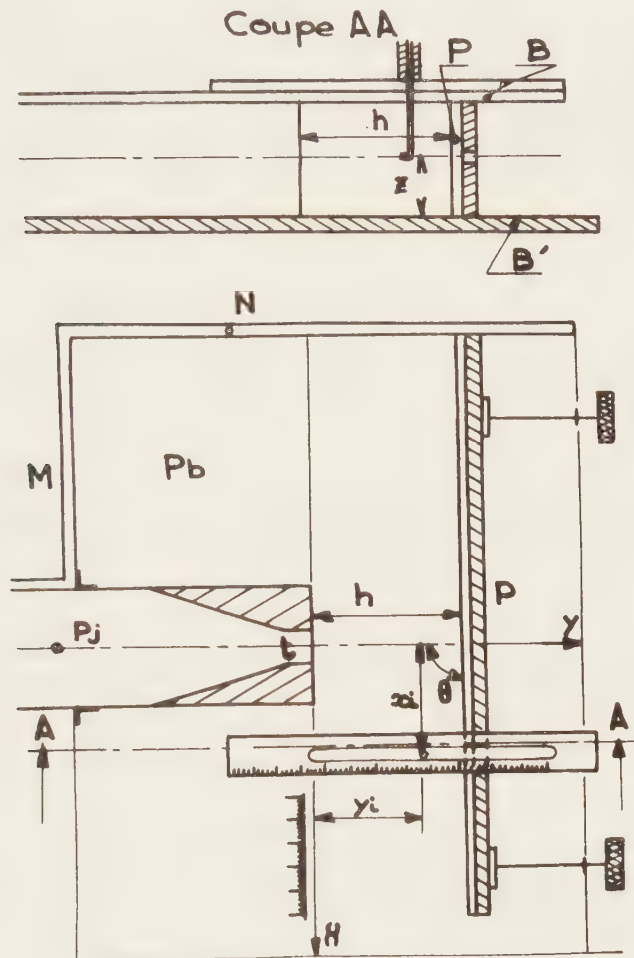


Fig: 3.2

Le jet sortant de la fente est confiné entre deux plaques horizontales. La plaque inférieure B' opaque constitue la table support. La plaque supérieure mobile B est en plexiglass de 6 mm. Elle peut coulisser transversalement et possède une fente longitudinale pour permettre d'introduire et de déplacer les appareils de mesures. Ceux-ci portés par une semelle qui

obturer la fente peuvent ainsi occuper dans la zone étudiée, n'importe quelle position repérée dans un système d'axe xoy.

La paroi P figurant le sol est maintenue perpendiculaire à la table, entre les deux plaques. Deux éléments de réglage par vis servent à fixer la distance h de la section de sortie à la paroi et à modifier l'incidence θ .

Afin de permettre une étude de la pression au sol la paroi verticale est précédée d'une plaque mince possédant des prises de pression statique. Cette plaque peut coulisser pour assurer une exploration à h constant et x variable. Si l'on désire faire apparaître une pression latérale de nouvelles parois verticales M et N doivent être installées entre les plaques horizontales afin d'obturer la sortie du jet sur l'un des côtés de l'appareil.

3.3 Appareil de mesures

3.31 Mesures géométriques

Les grandeurs qui restent fixes durant un essai sont mesurées directement : la largeur de fente t avec un pied à coulisse et la hauteur h avec un réglet.

Les coordonnées d'un point étudié résultant du coulisement de plaques portant la sonde, ce sont ces déplacements qui sont repérés sur des règles fixées au support. L'incertitude est donc de l'ordre du demi-millimètre.

L'incidence θ du jet est aussi mesurée directement lors du réglage. L'orientation d'une sonde dans le jet est donnée par son support.

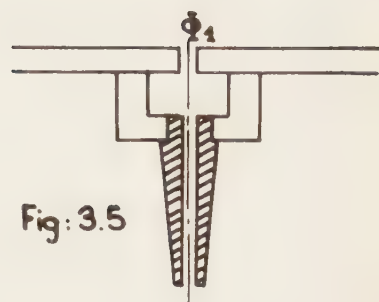
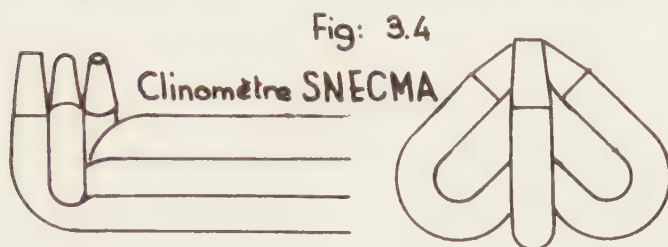
3.32 Pressions

3.321 Les capteurs

Les pressions sont captées à l'aide de sondes diverses. La pression d'arrêt p_j prise à 25 cm de la section de sortie dans la tranche moyenne ($z = 7,5$ cm) est recueillie à l'aide d'un tube de Kiel.

En un point de coordonnées x_i, y_i ce sont des sondes statiques ou dynamiques de fabrication SNECMA (fig.3.3) qui sont positionnées à la côte moyenne à l'aide d'un support NEYRPIC. Une sonde directionnelle à trois doigts SNECMA (fig.3.4) a été utilisée pour relever la pression totale et déterminer la direction de l'écoulement.

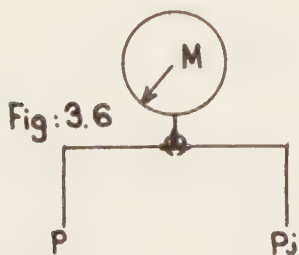
Fig: 3.3
Sonde SNECMA



La pression sous la base ou les pressions au sol sont mesurées à partir de prises statiques (fig.3.5) installées à demeure dans les parois. Nous avons vu que pour permettre une exploration de la pression au sol, ce dernier est matérialisé par une plaque coulissante.

3.322 Les manomètres

De nombreux types de manomètres ont été utilisés. La mesure de la pression différentielle q créée par le diaphragme de mesure du débit est donnée par un manomètre à eau. Les pressions dans le jet ou à la paroi ont été mesurées à l'aide de manomètres à capsule de fabrication SEGUIN. Les appareils utilisés ont des capacités de 30, 60, 100 et 160 mm de colonne d'eau. Pour de nombreuses mesures destinées à être mises sous forme de rapport du type p/p_j les pressions ont été mesurées à l'aide du même appareil relié aux prises de pression par un commutateur à trois voies et des tubes souples (fig.3.6).

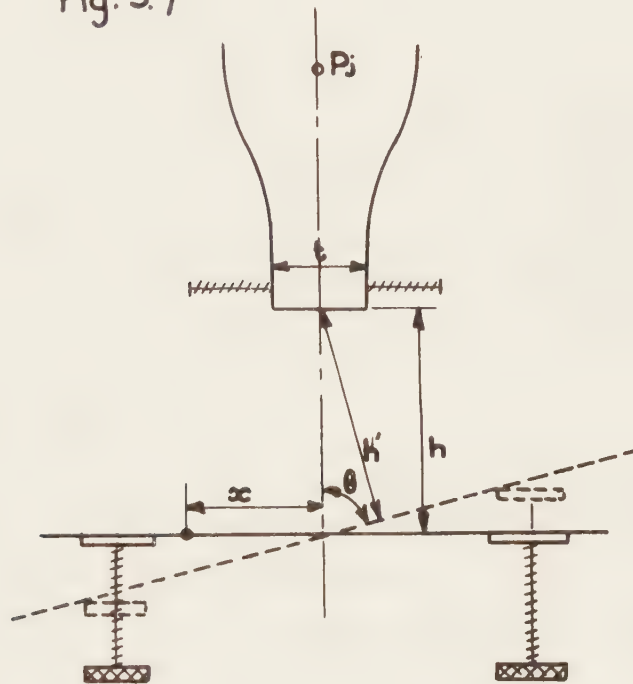


3.33 Support de sondes

Il s'agit d'un appareil Neyrpic dans lequel la sonde est fixée par la partie supérieure de sa tige cylindrique dans un plateau tournant gradué en degré (360°) sur un diamètre de 122 mm. Ce plateau peut lui-même se déplacer longitudinalement le long d'une colonne cylindrique creuse fixée au socle. La colonne porte une graduation millimétrique et un vernier au $1/10$; la course utile est de 300 mm.

3.4 Conduite des mesures (fig.3.7)

Fig: 3.7



3.41 Réglage des éléments fixes

Chaque essai nécessite le choix puis le réglage de certains éléments géométriques :

- la largeur de fente de sortie t , ce qui est obtenu en déplaçant à l'aide de tiges filetées deux lames métalliques souples qui restent verticales dans le conduit. Il y a lieu de contrôler la parfaite symétrie de la tuyère ainsi formée,

- la hauteur h , distance de la sortie de la fente à la paroi mesurée, suivant l'axe si le jet est normal; si le jet est oblique d'angle θ , la hauteur h' sera $h \sin \theta$. La valeur h est réglée en tournant les tiges filetées de commande sa valeur est contrôlée avec un réglet. L'étanchéité avec les plaques verticales est assurée à l'aide de joints en Tesamo II.

- on contrôle la verticalité et l'incidence de la paroi.

- par construction les prises de pression dans les parois verticales sont dans la tranche médiane de côté $z = 7,5 \text{ cm}$.

- de même les relevés dans le jet seront faits après avoir positionné les sondes dans ce plan médian.

3.42 Réglage de la pression

Lors de nos mesures, nous nous sommes fixés la pression d'arrêt dans le jet p_J dont la valeur doit être maintenue constante pendant l'exploration du jet. Le réglage est fait en agissant sur la vitesse de rotation. Pour éviter de trop fréquentes retouches il y a lieu de laisser s'établir une température d'équilibre du système électrique. La régulation se révèle ensuite efficace et le rhéostat de réglage fin permet éventuellement d'ajuster p_J .

Les valeurs de p_J utilisées quelles que soient les dimensions géométriques ont été 40, 60, 80, 100, 160 mm CE.

3.43 Relevés

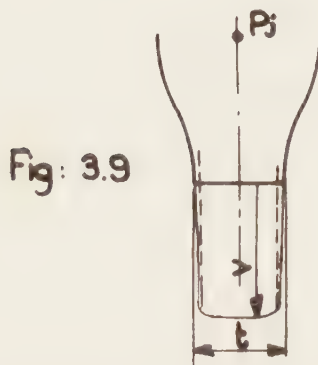
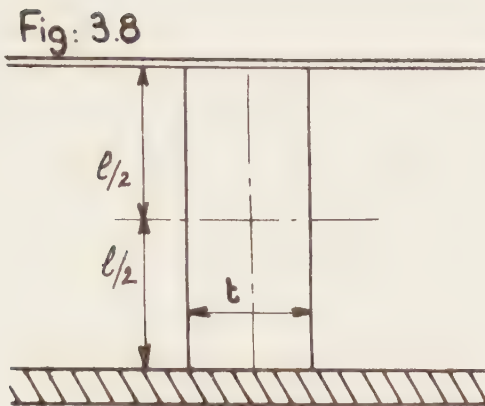
On s'assure que la pression d'arrêt p_J à la valeur choisie; on note la pression différentielle q donné par le débitmètre, les valeurs p_a et t_a de la pression d'arrêt et de la température ambiantes.

- A la paroi, on note x abscisse du point de prise de pression, la pression statique p_s et éventuellement la pression statique sous la base p_b

- Dans la veine, on note les coordonnées x, y du point étudié, une première sonde clinomètre donne la pression d'arrêt et l'orientation du vecteur vitesse; on lui substitue une sonde statique de mêmes dimensions qui peut être convenablement orientée et donne la pression statique.

3.5 Précision

- L'écoulement doit être bidimensionnel, le rapport de la largeur t de la fente à sa hauteur (fig.3.8) varie de 0,6 à 0,06. Nous nous sommes assurés par une exploration verticale que dans une large plage de part et d'autre du plan médian les caractéristiques de l'écoulement restaient inchangées.



- Dans la tranche moyenne où s'effectue les mesures la répartition de vitesse étudiée à l'anémomètre à fil chaud en l'absence de paroi déflectrice montre dans la section de sortie une répartition bien uniforme (fig.3.9) sauf au voisinage immédiat de la paroi où apparaît une couche limite. Dans les conditions de nos essais l'épaisseur de cette couche peut être évaluée à 0,5 mm. Il est à noter que la présence de cette zone de couche limite introduit une incertitude dans l'évaluation de la largeur efficace t du jet, incertitude dont l'importance relative devient sensible aux faibles largeurs.

- Les mesures effectuées dans la zone de déflexion du jet mettent en évidence une instabilité des valeurs dans le temps qui rendent illusoire une trop grande précision dans l'évaluation des pressions. de ce fait l'emploi de manomètres donnant une précision de l'ordre de 1 mm de CE tel les manomètres à eau et à diaphragme qui ont été utilisés paraît justifié.

3.6 Considérations de similitude

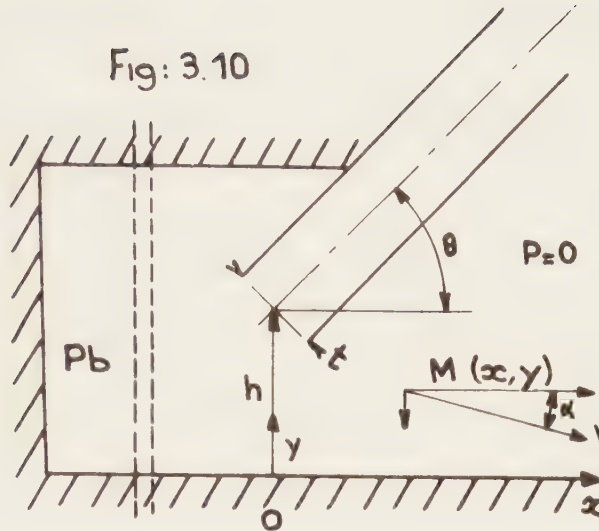
Notre objectif est d'étudier expérimentalement la configuration d'un jet d'air débouchant d'une fente placée en regard d'une paroi. Nous voulons également rechercher la répartition de pression sur cette paroi et voir quels facteurs égisent sur la valeur de la pression p_b qui s'établit sous la base lorsque le jet est confiné latéralement.

Comme il existe de nombreuses grandeurs qui doivent être prises en considération, le choix des mesures à faire aussi bien que la généralisation des phénomènes observés conduisent à rechercher quels groupements sans dimension relient entre elles ces diverses grandeurs.

3.61 Choix des grandeurs (fig.3.10)

Le jet bidimensionnel est fourni par un ventilateur qui entretient la

Fig: 3.10



pression génératrice p_J évaluée par rapport à la pression ambiante. La fente de sortie a une largeur t et son axe se situe à la distance h du sol, l'axe du jet et la paroi forment l'angle d'incidence θ . L'air à la température T , a une viscosité μ et une masse spécifique ρ .

Lorsque l'on a choisi ces grandeurs indépendantes les autres grandeurs se trouvent définies.

En un point de coordonnées x, y le vecteur vitesse V a des composantes u et v , une orientation mesurée par l'angle α et il règne en ce point la pression statique p (valeur relative).

La pression relative p_b s'établit sous la base et le débit volume vaut Q .

3.62 Groupements π sans dimension

Utilisons les règles de l'analyse dimensionnelle (23).

Nous choisissons les grandeurs t, p_J et p comme grandeurs de référence ce qui est possible puisque le déterminant de la matrice dimensionnelle

de ces grandeurs, par rapport à la longueur L , la masse M et le temps T n'est pas nul.

Nous considérerons dans la suite que le fluide se comporte comme s'il était incompressible dans la bande de pression utilisée et comme si la viscosité était également une constante.

Le tableau dimensionnel suivant permet la détermination des groupements π sans dimension.

	t	p_J	ρ	x	y	h	V	p	μ	θ	Q
L	1	-1	-3	1	1	1	1	-1	-1	0	3
M	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
T	0	-2	0	0	0	0	-1	-2	-1	0	-1

A toute grandeur G correspond un groupement π_G sans dimension tel que :

$$\pi_G = G t^\alpha p_J^\beta \rho^\gamma$$

soit

$$\pi_G = G (L)^\alpha (L^{-1} M T^{-2})^\beta (L^{-3} M)^\gamma$$

$$\pi_G = G L^{\alpha - \beta - 3\gamma} M^{\beta + \gamma} T^{-2\beta}$$

ainsi pour π_μ :

$$\begin{aligned} \alpha - \beta - 3\gamma - 1 &= 0 \\ \beta + \gamma + 1 &= 0 \\ -2\beta - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{soit} \quad \alpha = -1 \quad \beta = -\frac{1}{2} \quad \gamma = -\frac{1}{2}$$

$$\text{d'où} \quad \pi_\mu = \frac{\mu}{t (p_J \rho)^{\frac{1}{2}}}$$

On trouve de même les autres groupements

$$\frac{x}{t}, \frac{y}{t}, \frac{h}{t}, V \left(\frac{\rho}{p_J} \right)^{\frac{1}{2}}, \frac{p}{p_J}, \frac{\mu}{t (p_J \rho)^{\frac{1}{2}}}, \theta, \frac{Q \cdot \rho^{\frac{1}{2}}}{t^2 p^{\frac{1}{2}}}$$

Ainsi qu'il est souvent admis dans les problèmes d'écoulements turbulents, il est raisonnable de penser que pour le jet turbulent, le groupement construit sur la viscosité peut être négligé.

Les lois physiques reliant les diverses grandeurs envisagées ont alors les formes suivantes :

pour la pression en un point :

$$A \left(\frac{p}{p_J}, \frac{h}{t}, \theta, \frac{x}{t}, \frac{y}{t} \right) = 0$$

pour la pression sur le sol :

$$B \left(\frac{p_s}{p_J}, \frac{h}{t}, \theta, \frac{x_s}{t} \right) = 0$$

pour la composante de vitesse u (de même pour v ou pour $|\vec{V}|$)

$$C \left(u \left(\frac{\rho}{p_J} \right)^{\frac{1}{2}}, \frac{h}{t}; \theta, \frac{x}{t}, \frac{y}{t} \right) = 0$$

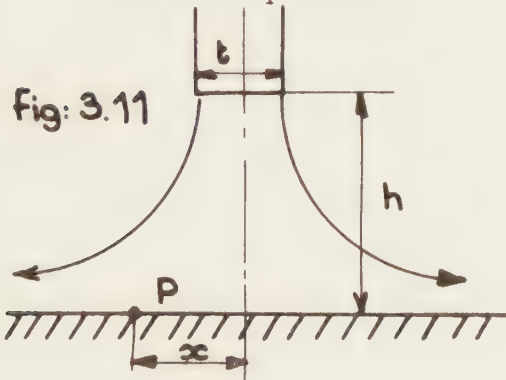
pour le débit :

$$D \left(\frac{V}{t} \frac{\rho}{p_J}^{\frac{1}{2}}, \frac{h}{t}, \theta \right) = 0$$

3.7 Différents types d'essais

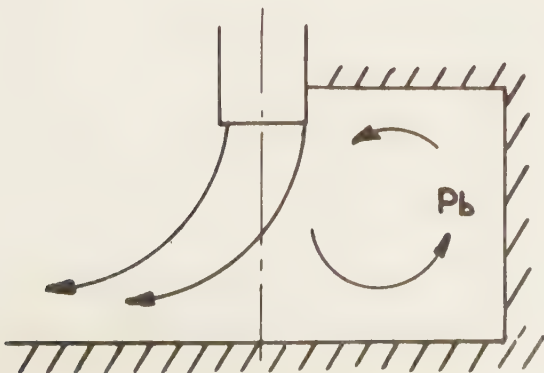
Dans une première étude le jet d'air est dirigé normalement à la paroi figurant le sol sans confinement latéral. Il se trouve dévié symétriquement par rapport à l'axe (fig.3.11).

Fig: 3.11



Nos mesures ont porté sur la répartition de pression au sol et en avant du sol, en fonction de la pression p_J de la hauteur h et de la largeur t ; sur la disparition du noyau potentiel par mélange avec l'air ambiant lorsque la hauteur relative h devient importante.

Des mesures similaires ont été faites en modifiant l'incidence du jet par rapport à la paroi.



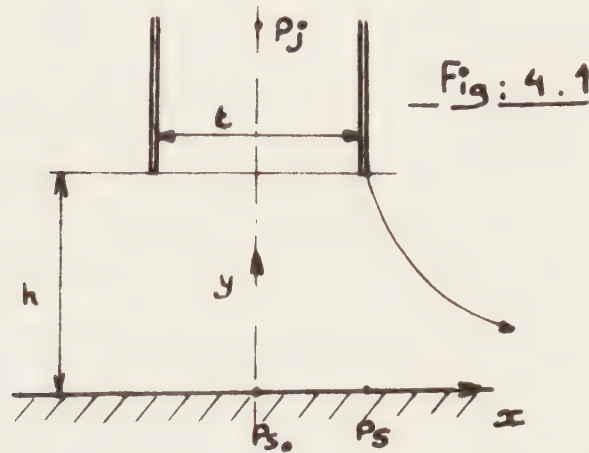
Dans une seconde étude la présence d'une paroi latérale oblige le jet à s'échapper d'un seul côté créant une pression sous la base p_b . Ce dispositif schématise une tranche de l'écoulement dans une machine à effet de sol à jet annulaire à l'état statique et dans des conditions de symétrie verticale.

Nos mesures ont porté sur la repartition de pression au sol et en avant du sol, sur la valeur de la pression sous la base en fonction de la hauteur, de la largeur t et de la pression génératrice.

4. ETUDE EXPERIMENTALE DU JET DROIT

4.1 Répartition de pression au sol $p_s = f(x)$

4.1.1 Influence de p_J (fig.4.1)



Laissant h et t constants le dispositif expérimental permet d'étudier $p_s = f(x)$. Les mesures sont faites pour les valeurs de p_J valant 40, 60, 80, 100 mm de colonne d'eau dans le cas où $t = 7$ cm et $h = 7$ cm.

Après avoir vérifié la parfaite symétrie par rapport à l'axe des valeurs de la pression p_s , le relevé des mesures donne le tableau suivant :

		t = 7 cm				h = 7 cm				h/t = 1						
p _J	x =	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
40		40	39	37	32	28	23	17	12	7	5	3	2	1	1	
60		60	58	56	50	42	34	24	16	10	7	5	3	2	1	
80		80	78	73	66	56	44	32	22	13	9	6	4	3	2	
100		100	97	92	83	71	56	40	27	17	10	7	5	4	3	2

Ce tableau traduit en courbes $p_s = f(x)$ donne les tracés ci-contre (fig.4.2). On note l'existence d'un point d'arrêt situé sur l'axe autour duquel le jet s'épanouit symétriquement. Quelque soit la pression initiale p_J la pression à la paroi est inférieure à 2% de la pression d'arrêt ambiante à 14 cm de l'axe soit au double de la largeur de la fente; c'est dire que le jet se trouve alors pratiquement dévié. Ces mesures prolongées jusqu'à $x = 3 t$ donnent des pressions statiques à la paroi nulles ou faiblement négatives.

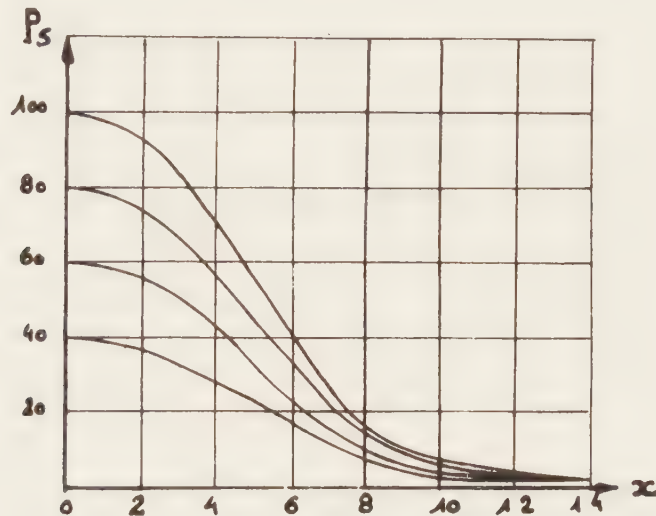


Fig: 4.2

4.12 Réduction en p_s/p_J

Comme le suggère l'allure des courbes et l'analyse dimensionnelle, nous opérons la réduction des ordonnées en calculant les pourcentages p_s/p_J %.

Nous obtenons alors le tableau ci-dessous représenté par le graphique (fig.4.3).

$p_J \backslash x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
40	100	97	92	80	70	57	42	27	17	12	7	5	2	
60	100	97	93	83	70	56	40	27	16	12	8	5	3	2
80	100	97	91	82	70	55	40	27	16	11	7	5	3	2
100	100	97	92	83	71	56	40	27	17	10	7	5	4	3

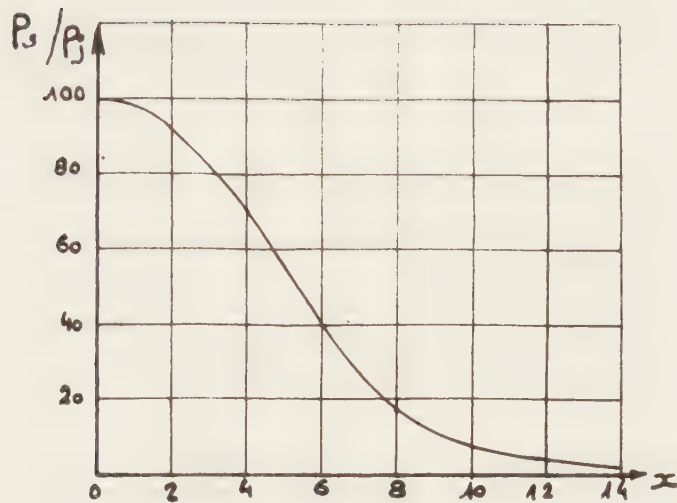


Fig: 4.3

Si l'on tient compte de l'indétermination de l'ordre du mm CE sur la lecture des pressions, ce tableau montre l'existence d'un profil réduit unique car la dispersion des résultats numériques reste très en dessous des erreurs absolues cummulées résultant de :

l'instabilité des pressions
la mesure de p_j
la mesure de p_s
du positionnement l'orifice de mesure de la pression p_s .

4.13 Utilisation de données géométriques différentes

Nous vérifions que pour des hauteurs ou largeurs différentes (ex : $t = 7$, $h = 14$) la réduction en p/p_j conduit toujours à un profil unique lorsque l'on modifie la pression génératrice. De ce fait, nous considérons comme acquis que dans la bande des pressions utilisées le profil de pressions peut être défini par un seul relevé, fait avec une valeur quelconque de p_j . Nous utiliserons en pratique $p_j = 100$ mm CE.

4.14 Réduction des dimensions géométriques

Ainsi que le suggère l'analyse dimensionnelle, nous opérons une ré-

duction en x/t de l'abscisse des points de mesure. Le tableau numérique ci-dessous où les valeurs de référence sont des pourcentages de la pression d'arrêt donne des valeurs correspondant à $t = 7$ avec d'une part $h = 7$ et d'autre part $h = 14$ donc $h/t = 1$ et $h/t = 2$.

p_s/p_J %		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	5
$h = 7$	x_1	0	2,2	3,3	4,1	4,7	5,3	5,9	6,7	7,7	9	10,3
$h = 14$	x_2	0	2,5	4	4,8	5,5	6,9	7,1	7,9	9	10,6	12,6
$h/t = 1$	x_1/t	0	0,31	0,47	0,59	0,67	0,75	0,84	0,95	1,10	1,29	1,43
$h/t = 2$	x_2/t	0	0,35	0,57	0,68	0,79	0,90	1,01	1,13	1,29	1,51	1,78

Ces mesures mettent en évidence l'influence du facteur h/t sur la forme de la courbe de répartition des pressions.

Nous sommes conduits à étudier la similitude des écoulements en fonction de h/t ce que l'on obtient en modifiant la largeur t , de même que la hauteur h afin de retrouver des rapports h/t déjà rencontrés. Le tableau suivant donne les valeurs numériques pour $t = 5$ et $h = 5$ d'une part, $h = 10$ d'autre part, donc encore $h/t = 1$ et $h/t = 2$.

p_s/p_J		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	5
$h = 5$	x_1	0	1,6	2,4	3	3,5	3,9	4,4	5	5,6	6,6	7,8
$h = 10$	x_2	0	1,9	2,8	3,4	3,9	4,4	5	5,6	6,3	7,7	9,2
$h/t = 1$	x_1/t	0	0,32	0,48	0,60	0,70	0,78	0,88	1,00	1,12	1,32	1,56
$h/t = 2$	x_2/t	0	0,36	0,56	0,67	0,78	0,88	1,00	1,12	1,27	1,54	1,82

Les deux tableaux précédents montrent la bonne concordance des deux profils réduits $p_s/p_J = f(x/t)$ pour des valeurs identiques de h/t et ceci plus particulièrement pour les grandes valeurs de p_s/p_J où la précision des mesures est meilleure. Il semble donc possible de conclure à l'existence d'un profil réduit de répartition de la pression à la paroi lorsque le tracé est sous la forme $p_s/p_J = f(x/t)$. Par contre ce profil (fig.4.4) dépend du rapport h/t dont il y a lieu d'étudier l'influence dans un plus grand intervalle de valeurs.

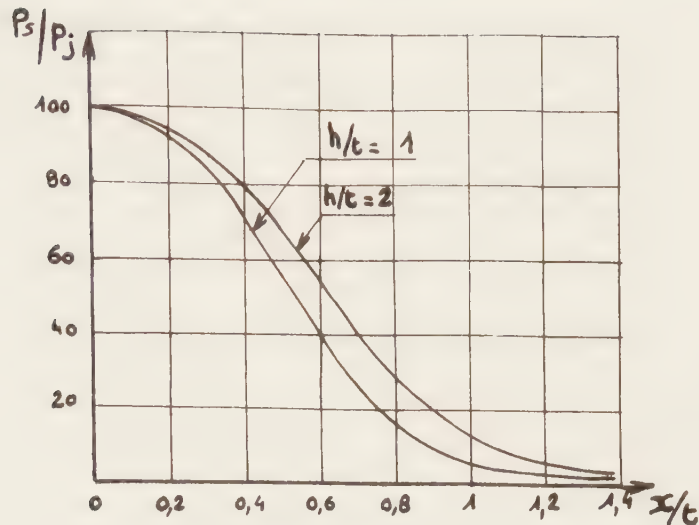


Fig: 4.4

4.15 Influence du facteur h/t sur la forme du profil réduit

La largeur de la fente est portée successivement à 1, 2, ... 7 cm et pour chaque valeur la hauteur h est choisie pour obtenir des rapports h/t entiers ou fractionnaires. Comme la hauteur peut être choisie entre 1 et 35 cm les rapports h/t étudiés varient pratiquement entre $\frac{1}{5}$ et 35.

Les tableaux numériques placés en annexe 1 fournissent les résultats expérimentaux relatifs à ces expériences.

L'existence d'un profil réduit unique à égale valeur du rapport h/t se trouve très convenablement confirmée dans tous les cas. Les graphiques (fig.4.5) montrent à titre d'exemple pour les valeurs $h/t = 1/2$, $h/t = 3$ et $h/t = 8$, la répartition des points expérimentaux correspondants à diverses valeurs de t et la courbe moyenne retenue pour représenter la variation $p_s/p_J = f(x/t)$.

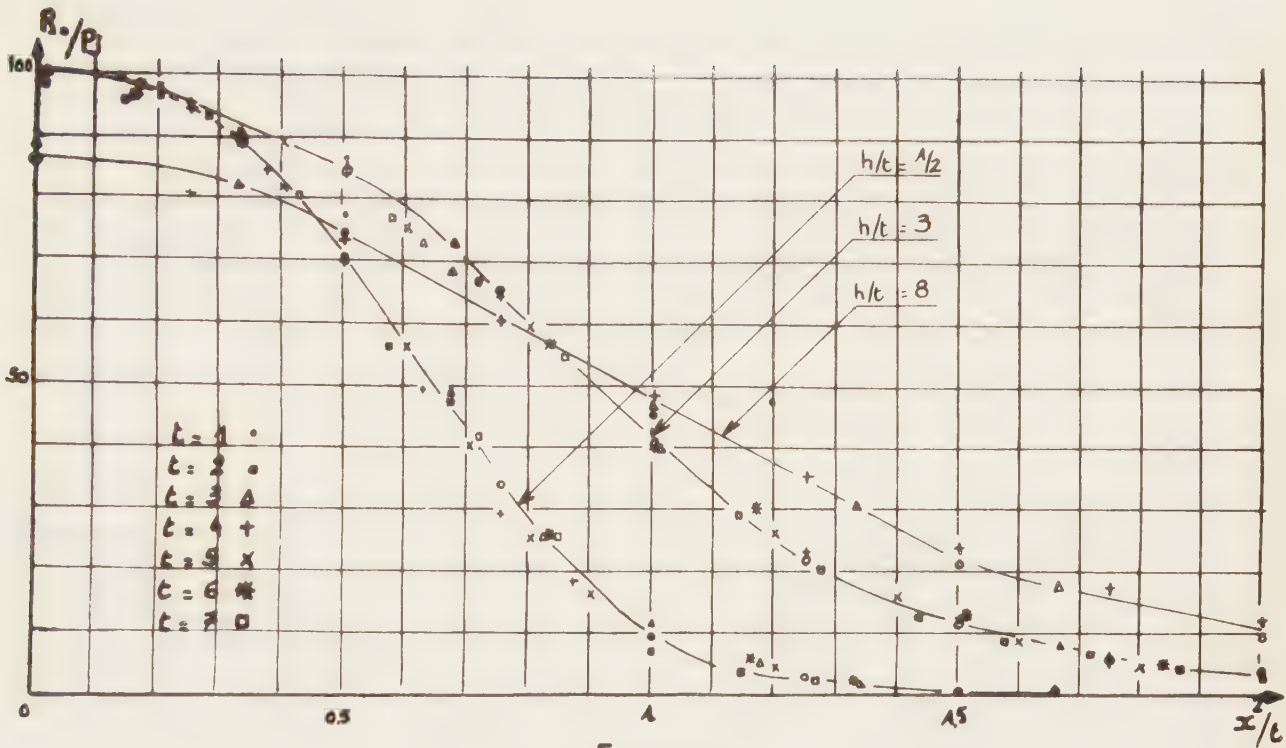


Fig : 4.5

Ces relevés donnent lieu aux observations suivantes :

- Pour les faibles largeurs de fentes (2 cm et surtout 1 cm) la largeur t du jet est difficile à définir avec précision. D'une part le positionnement des plaques matérialisant l'injecteur est entaché d'une certaine erreur absolue (quelques dixièmes de mm) dont la valeur relative cesse d'être négligeable. D'autre part la couche limite existant le long des plaques réduit la largeur efficace du jet d'un pourcentage difficile à évaluer mais dont l'importance relative augmente lorsque diminue la largeur de l'orifice. L'exploration au fil chaud ayant donnée une épaisseur de couche-limite de l'ordre de 0,5 mm pour une largeur de fente ayant 1 cm, la largeur effective du jet uniforme n'est que 0,9 cm sans que l'on puisse négliger l'écoulement dans la couche-limite. Ce qui précède explique que les résultats relatifs à $t = 1$ présentent une plus grande dispersion.

Lorsque la largeur du jet s'accroît ($t = 6$ ou 7), la pression d'arrêt sur l'axe n'est égale à la pression totale dans le jet que pour des valeurs de h/t relativement faibles ($h/t \leq 2$) alors que pour des fentes plus étroites cette égalité est réalisée pour des valeurs h/t atteignant 4. Cette observation montre que la similitude n'est pas parfaite.

- Autour de la région centrale en surpression, apparaît une zone en faible dépression. Ce phénomène est particulièrement net pour les fentes étroites ($t = 1$ ou 2) et les faibles hauteurs ($h/t = 1/2$ ou 1). Dans les autres cas la dépression est pratiquement négligeable (inférieure à 1%).

4.16 Evolution du profil (fig.4.6)

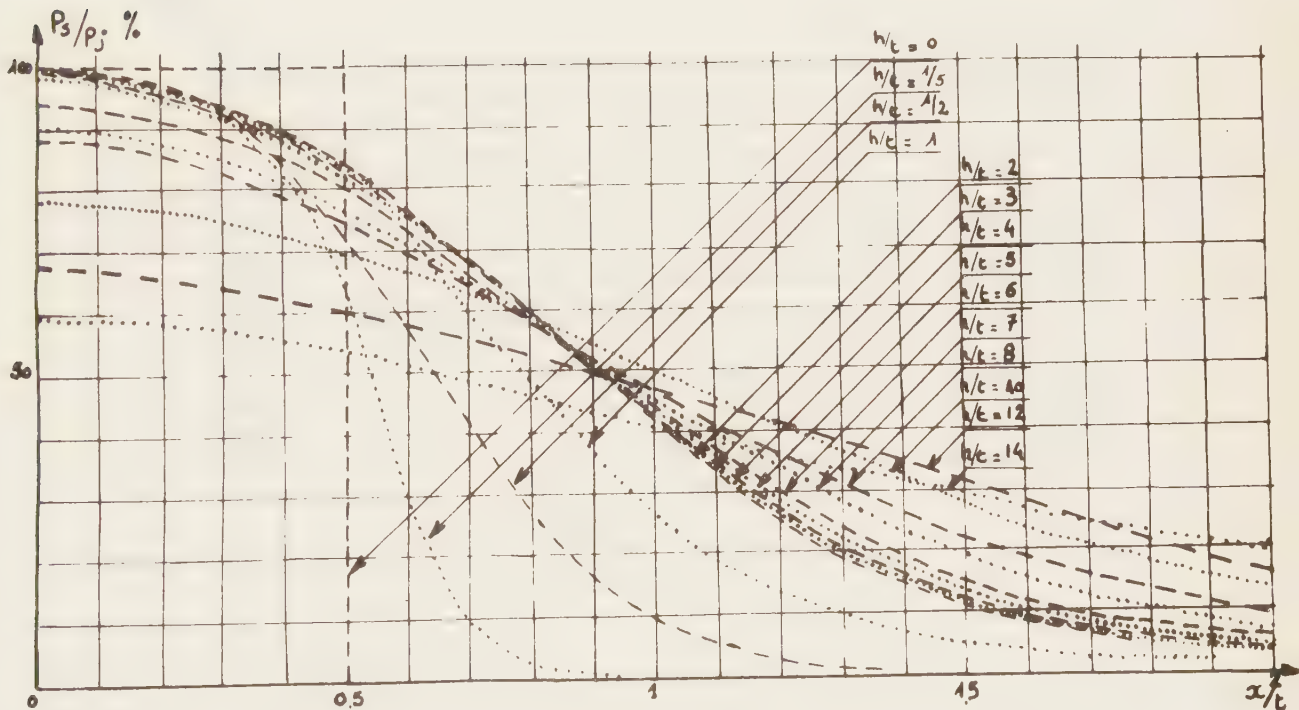


Fig.4.6

Les profils réduits reportés sur le graphique montrent une évolution de la courbe de répartition de pression depuis une forme rectangulaire ($h/t = 0$) à un profil plat ($h/t = \infty$). Il est possible de reconnaître trois régimes d'écoulement dont les frontières ne sont d'ailleurs pas absolument tranchées.

1) Pour les valeurs $0 < h/t < 2$

Le régime d'écoulement est conditionné par la section latérale de sortie offerte au jet dévié. Les profils de répartition évoluent rapidement quand h/t augmente. La limite inférieure voisine de 2 est confirmée par le fait qu'à partir de 1,8 à 2 pour la même pression p_J le débit global proportionnel à $\sqrt{q}$ ne subit plus d'augmentation lorsque h/t augmente (fig. 4.7)

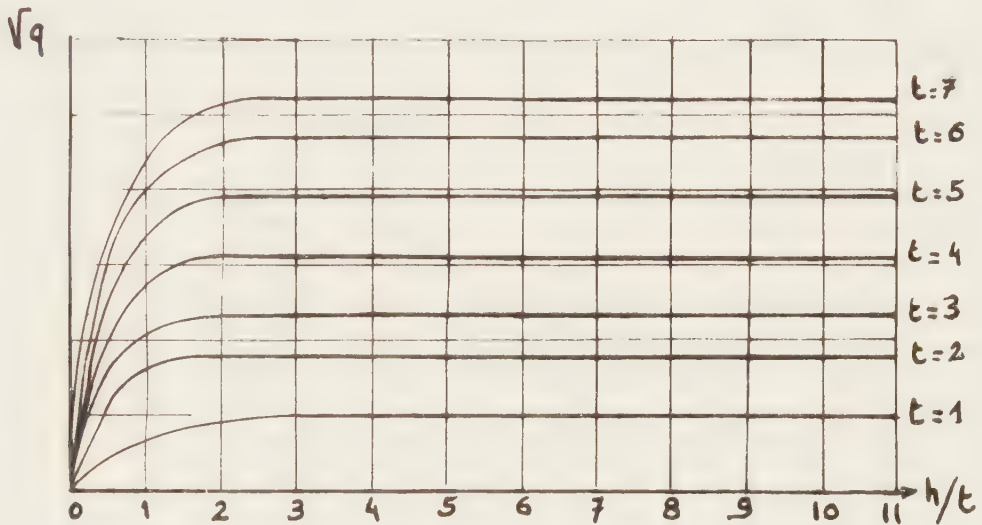


Fig: 4.7

2) Pour les valeurs $2 < h/t < 5$

Le jet qui subit un mélange par entraînement avec le fluide environnant garde un noyau potentiel jusqu'à la paroi. On trouve sur l'axe du jet, à la paroi, un point d'arrêt où la pression est égale à la pression génératrice p_J . Le débit ne dépend pas de la section latérale de sortie.

Ces profils sont en outre très voisins les uns des autres et leur forme conduit à les comparer à une courbe du type

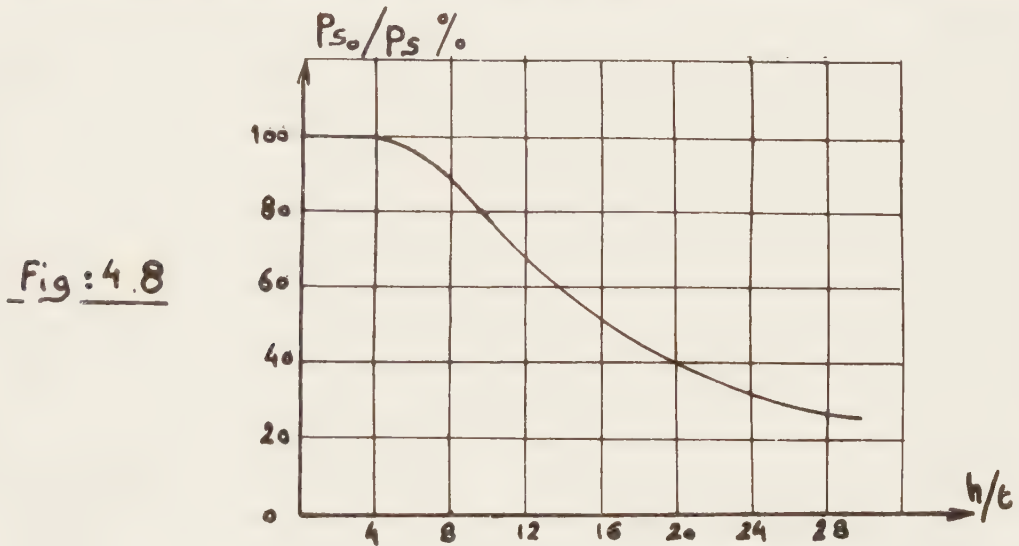
$$p_s/p_J = e^{-(a \frac{x}{t})^2}$$

Le coefficient a déterminé expérimentalement assurant la meilleure représentation peut être pris égal à 0,93 ainsi que le montre le tableau numérique ci-dessous :

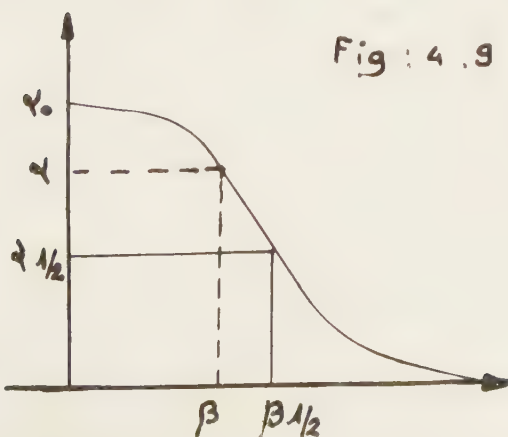
x/t	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4
$e^{- (0,93 \frac{x}{t})^2}$	1	0,96	0,87	0,73	0,57	0,42	0,29	0,18	0,11	0,06	0,03	0,02	0,01
p_s/p_J	1,00	0,96	0,89	0,75	0,59	0,42	0,27	0,16	0,09	0,05	0,04	0,03	0,02

3) Pour les valeurs $h/t > 5$

La pression p_{s0} sur l'axe du jet reste dans tous les cas inférieure à la pression génératrice, c'est à dire que le noyau potentiel du jet n'atteint plus la paroi. La figure 4.8 donne la loi de diminution de cette pression.



4.17 Recherche d'un profil réduit



La méthode utilisée habituellement dans la recherche des profils réduits de vitesse pour les jets libres (2) peut être appliquée ici à la recherche d'un profil réduit de pression. Pour simplifier la notation appelons α la quantité p_s/p_J et β la quantité x/t .

Si α_0 est la valeur du maximum (situé sur l'axe) (fig.4.9) on appelle $\alpha_{1/2}$ la quantité $\frac{\alpha_0}{2}$. A cette valeur correspond sur la courbe un point d'abscisse $\beta_{1/2}$.

La réduction de profil adoptée se fait suivant la règle

$$\frac{\alpha}{\alpha_{1/2}} = f\left(-\frac{\beta}{\beta_{1/2}}\right)$$

Les tableaux numériques annexe 2 et le graphique (fig.4.10) montrent que cette opération conduit pour les valeurs de h/t égales et supérieures à 2 à un profil unique où les écarts des différents points par rapport à la valeur moyenne ne sont que de quelques pour cent. Ces écarts sont plus importants pour les valeurs h/t inférieures à 2 ce qui ne permet pas de généraliser le résultat à toutes les valeurs de h/t .

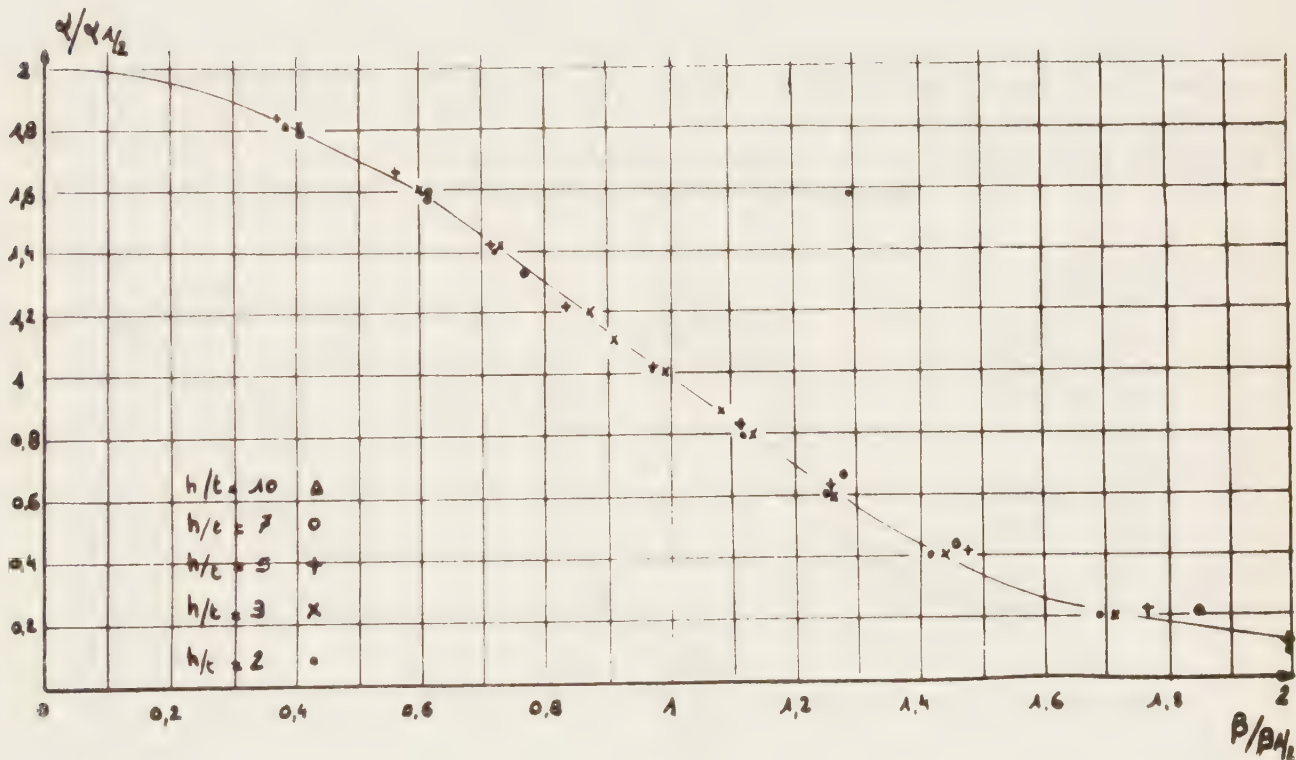


Fig : 4.10

Si l'on reprend l'expression $\frac{p}{p_J} = e^{(-0,93 \frac{x}{t})^2}$ pour laquelle $\alpha = 0,5$ et $\beta = 0,90$, l'expression analytique de la courbe réduite serait alors

$$\frac{\alpha}{\alpha_{1/2}} = 2 e^{- \left(1,03 \frac{\beta}{\beta_{1/2}} \right)^2}$$

L'utilisation de cette expression pour le tracé d'une courbe quelconque $p_s/p_J = f(\frac{x}{t}, \frac{h}{t})$ nécessite seulement la connaissance de deux valeurs expérimentales $\alpha_0 = \frac{p_{s0}}{p_J}$ qui est donnée par la courbe $\frac{p_{s0}}{p_J} = f(\frac{h}{t})$ et $\beta_{1/2}$ c'est-à-dire l'abscisse du point pour lequel la pression a comme valeur $p_0/2$.

4.2 Evolution de la pression suivant l'axe (fig. 4.11)

La pression statique p_0 est mesurée en avant de la paroi à une cote y prise sur l'axe du jet. La ligne de courant correspondante aboutissant au point d'arrêt à la paroi, les valeurs des pressions sont particulièrement fluctuantes. Cependant, le domaine exploré est suffisamment large pour qu'il soit possible de tirer des conclusions générales. Nous avons en effet fait varier t de 1 à 7 cm et h/t de 1 à 8; la pression réduite p_0/p_J est alors représentée en fonction de h/t . Les tableaux numériques figurent en annexe 3. Les graphiques ci-dessous représentent quelques-uns de ces résultats.

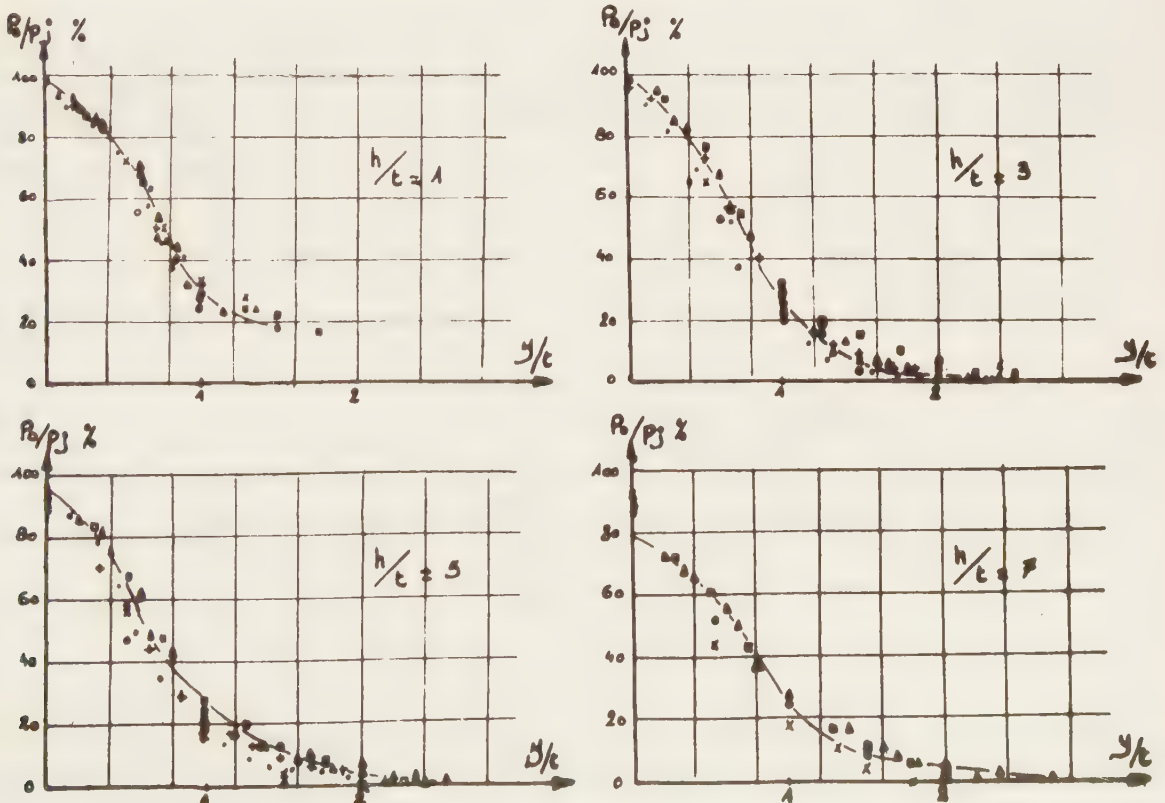


Fig : 4.11

L'expérimentation montre que pour les valeurs de h/t inférieures à 2 la pression statique sur l'axe reste supérieure à la pression ambiante, c'est à dire que la vitesse axiale n'atteint pas la valeur théorique

$\sqrt{\frac{2p_j}{\rho}}$. Ainsi pour $h/t = 1$, la pression sur l'axe dans la section de sortie est voisine de 30% de la pression génératrice et cette valeur reste constante, lorsque l'on pénètre à l'intérieur de la canalisation d'amenée. Lorsque y/t diminue, la pression réduite croît et tend vers 100% atteinte au point d'arrêt. De cette réduction de vitesse dans l'axe de la section de sortie résulte la réduction du débit théorique déjà constatée dont la valeur théorique serait par unité d'épaisseur

$$Q_1 = t \sqrt{2 p_J / \rho}$$

Pour h/t supérieur à 2 mais inférieur à 4, la pression sur l'axe atteint la pression atmosphérique et il apparaît même une certaine dépression de quelques %, mais il est à noter que la zone environnant le jet est aussi en dépression de quelques %. La pression réduite d'arrêt p_{os} à la paroi atteint 100% comme il a déjà été vu.

Enfin pour $h/t \geq 5$, la pression réduite d'arrêt n'atteint plus la valeur 100% c'est à dire que le corps potentiel n'atteint plus la paroi.

Il est assez remarquable de constater que le profil de mise en pression à l'approche de la paroi $p/p_J = f(y/t)$, peut à la précision des mesures près, être considéré comme unique (fig.4.12). Ce profil est tronqué si $h/t < 2$; par contre pour $h/t > 4$ nous savons que p_o/p_J à la paroi diminue de sorte que tout le profil se trouve abaissé.

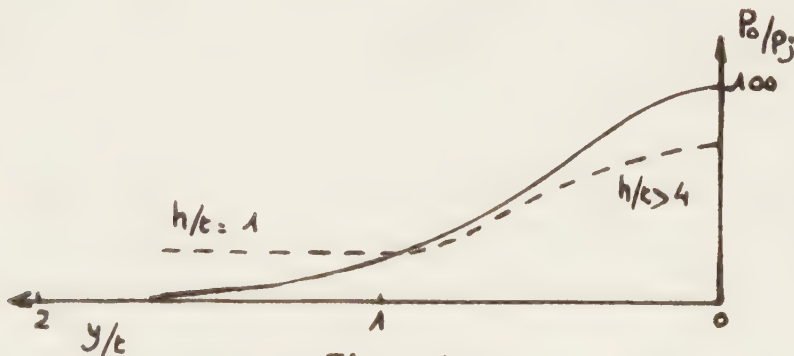


Fig: 4.12

L'incertitude sur le tracé ne permet guère de fournir une forme analytique précise de cette mise en pression. Cependant au moins pour les

valeurs h/t de la bande 2 à 4 il nous a semblé possible d'avoir une représentation moyenne en adoptant encore une forme de courbe en

e^{-x^2} donnant pour expression du rapport p_o/p_J sur l'axe

$$p_o/p_{os} = e^{-(1,2 \frac{y}{t})^2}$$

la valeur 1,2 n'étant qu'approximative.

En conclusion il apparaît donc que si la paroi est à une distance $h > 2t$, le jet se comporte d'abord comme un jet libre dans sa zone initiale (corps potentiel et zone de mélange latérale). Ce n'est qu'à la distance $y < 2t$ de la paroi que se manifeste la mise en pression.

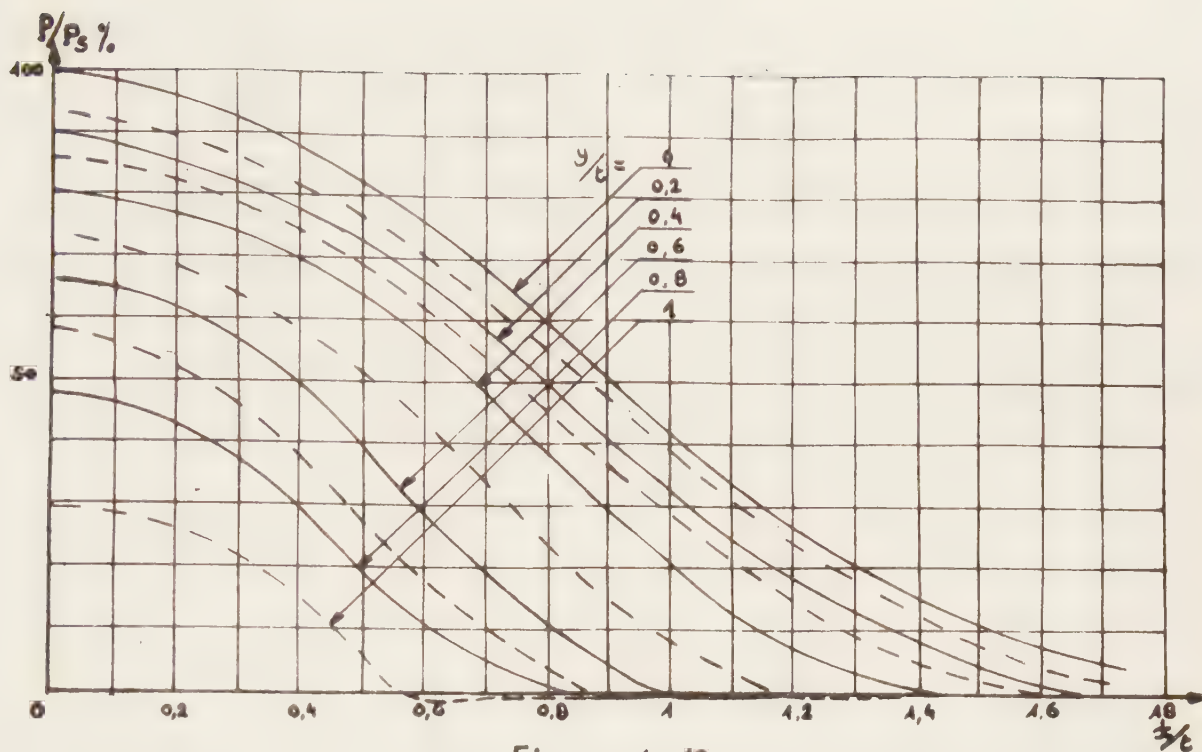
4.3 Distribution de la pression statique p en point quelconque en avant de la paroi

Les mesures de pression effectuées à ordonnée y constante et pour des valeurs de x variables, se montrent très délicates comme toutes les mesures de pression statique dans un écoulement turbulent. Il faut positionner et orienter la sonde dans la direction du vecteur vitesse. Nous avons utilisé pour déterminer cette direction la sonde clinomètre sur son support Neyrpic, mais il est apparu qu'en équipant le support de sonde d'une petite girouette le choix d'une orientation correcte était aussi efficace.

Les pressions mesurées réduites en grandeurs sans dimension, annexe 4, nous ont permis le tracé d'un réseau de courbe $p/p_J = f(x/t)$ pour de nombreuses valeurs du paramètre y/t et ceci dans le cas où h/t est compris dans l'intervalle 2 à 5. Les tracés en pointillés correspondent aux valeurs intermédiaires de y/t . L'existence d'une légère dépression (3 à 4%) dans la zone d'entraînement qui entoure le jet fait que pour les plus grandes valeurs de y/t les tracés traversent l'axe horizontale avant de s'y raccorder tangentiellement.

La forme de ces courbes reste cependant la même et donne ainsi une image de la répartition de pression dans toute la zone de mise en pression en avant du point d'arrêt (fig. 4.13). Compte tenu des valeurs aux limites c'est à dire sur la paroi et sur l'axe nous pouvons proposer une valeur analytique de la pression réduite en avant de l'obstacle, d'expression

$$p/p_J = e^{-\left[\left(0,93 \frac{x}{t} \right)^2 + \left(1,2 \frac{y}{t} \right)^2 \right]} = \left(\frac{p_s}{p_J} \right) \cdot \left(\frac{p_o}{p_J} \right) \quad x = 0$$



4.4 Etude de répartition des vitesses

4.41 Dans la section de sortie

Nous avons noté que la pression statique dans la section de sortie ne s'annule sur toute la largeur que si la distance de la paroi est au moins égale à $2t$. Pour des valeurs inférieures, la pression sur l'axe n'est pas nulle et la vitesse n'atteint pas sa valeur théorique $V_0 = \sqrt{\frac{2p_J}{\rho}}$. Il y a donc un gradient transversal de pressions (et de vitesses).

Nous avons effectué à l'aide d'un anémomètre à fil chaud une exploration de la vitesse dans la section de sortie pour diverses valeurs du rapport h/t . Les résultats obtenus sont donnés par le tableau numérique en annexe 5

et les tracés graphiques représentant les valeurs (Fig. 4.14 a)

$$V/V_0 = f(x_s/t, h/t) \quad \text{avec} \quad V_0 = \frac{2p_J}{\rho}$$

Pour les valeurs h/t supérieures à 2 la vitesse est uniforme et égale à V_0 à travers toute la section (sauf dans la couche-limite). Pour les valeurs inférieures à 2, la mise en pression du fait de la paroi se manifeste déjà dans le conduit et la vitesse ne peut atteindre la valeur théorique.

La répartition de pressions statiques déduite des relevés précédents en admettant que l'écoulement est à énergie constante est également représentée (fig. 4.14 a, 4.14 b) pour diverses valeurs de x/t sous la forme

$$p/p_J = 1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = f(x_s/t, h/t)$$

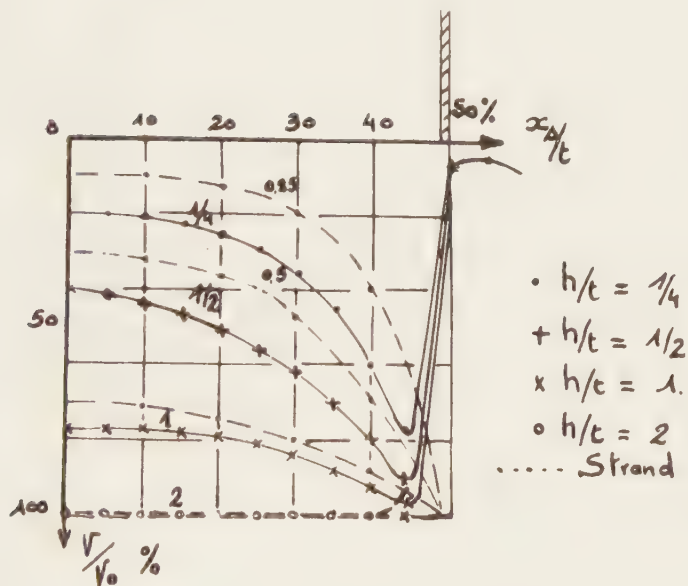


Fig : 4.14 a

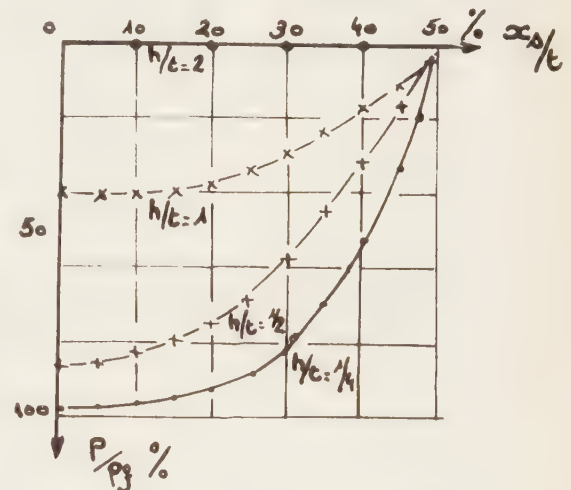


Fig : 4.14 b

Les travaux théoriques de STRAND (7) comportent une étude de distribution de vitesses du fluide parfait à travers la section de sortie pour les rapports h/t des valeurs 1, 0,5 et 0,25. Nous avons fait figurer en pointillé les résultats sur nos tracés. Seule l'allure générale de la variation est conservée car les valeurs absolues des vitesses minimales sont nettement plus faibles dans l'étude théorique que pour les valeurs mesurées. Enfin, l'étude théorique ne peut tenir compte de la présence de la couche-limite.

4.42 Ralentissement de l'écoulement sur l'axe dans la zone de mise en pression

Nous avons mesuré la vitesse sur l'axe du jet dans la zone de mise en pression à l'approche de la paroi. Ces valeurs numériques figurent dans le tableau annexe 6 à la côte $x = 0$ pour y/t variable et sont représentées graphiquement figure 4.15.

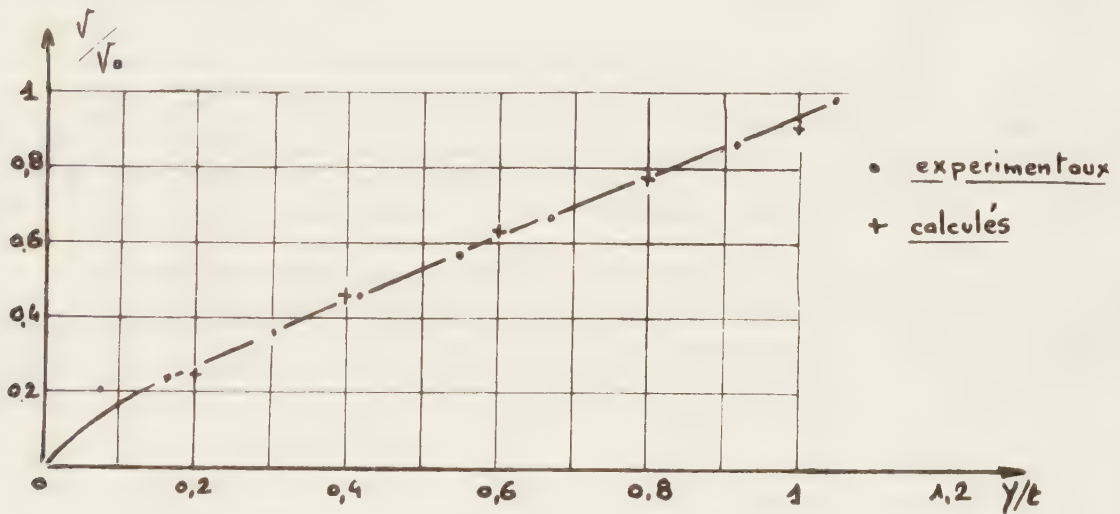


Fig : 4 .15

Il est possible de prévoir cette variation déduite de la loi admise

$$p = p_J e^{-\left(1,2 \frac{y}{t}\right)^2}$$

du moins pour les valeurs h/t où le noyau potentiel se maintient jusqu'à la paroi. On peut admettre alors que l'énergie reste constante soit

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = p_J = \frac{1}{2} \rho v_0^2$$

d'où

$$\frac{p}{p_J} + \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 = 1$$

$$\frac{v}{V_0} = 1 - e^{-\left(1,2 \frac{y}{t}\right)^2}$$

les valeurs ainsi calculées pour y/t variant de 0 à 1,2 donne le tableau ci-dessous :

y/t	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2
V/V_0	0	0,24	0,45	0,64	0,78	0,87	0,93

Reportées sur le graphique des valeurs mesurées, la concordance est très satisfaisante, ce qui confirme la loi de variation de pression adoptée. Cependant, pour les faibles valeurs de $y/t \leq 0,2$, les valeurs mesurées semblent trop fortes. Il s'agit alors de très faibles vitesses puisque l'on approche de la paroi, qui sont plus difficiles à mesurer et d'autre part, l'écoulement doit se trouver modifié puisque l'on aborde la couche-limite.

4.43 Evolution de la vitesse au long de la paroi

Le jet étant dévié symétriquement de part et d'autre de l'axe, les lignes de courant doivent progressivement adopter une orientation parallèle à la paroi. Nos mesures de vitesses ont été effectuées dans des sections normales à la paroi en fonction de y/t et à des distances x/t allant de zéro à 4.

La représentation schématique ci-dessous (fig.4.16) montre la complexité du problème selon les valeurs de h/t . S'il est acquis que les valeurs absolues de h et T n'entraînent que peu de changements à condition que h/t soit fixé, la valeur de h/t a un rôle important sur la forme du profil de vitesse.

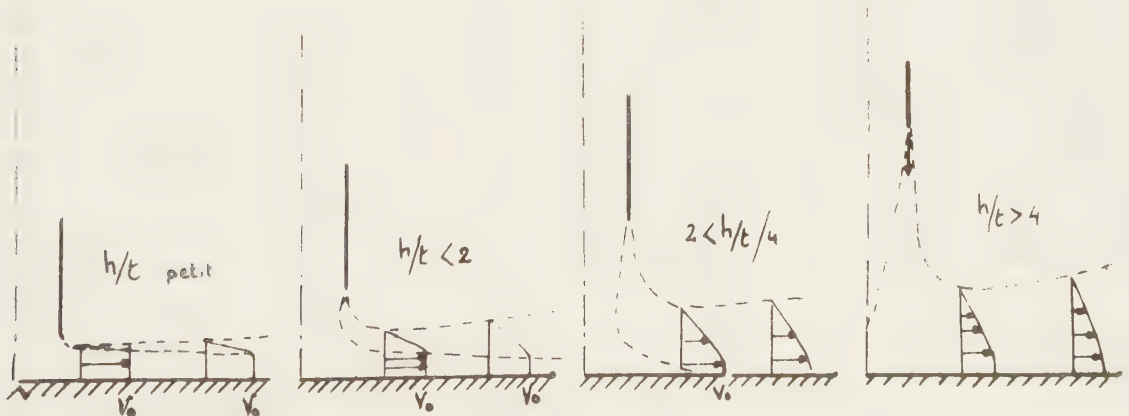


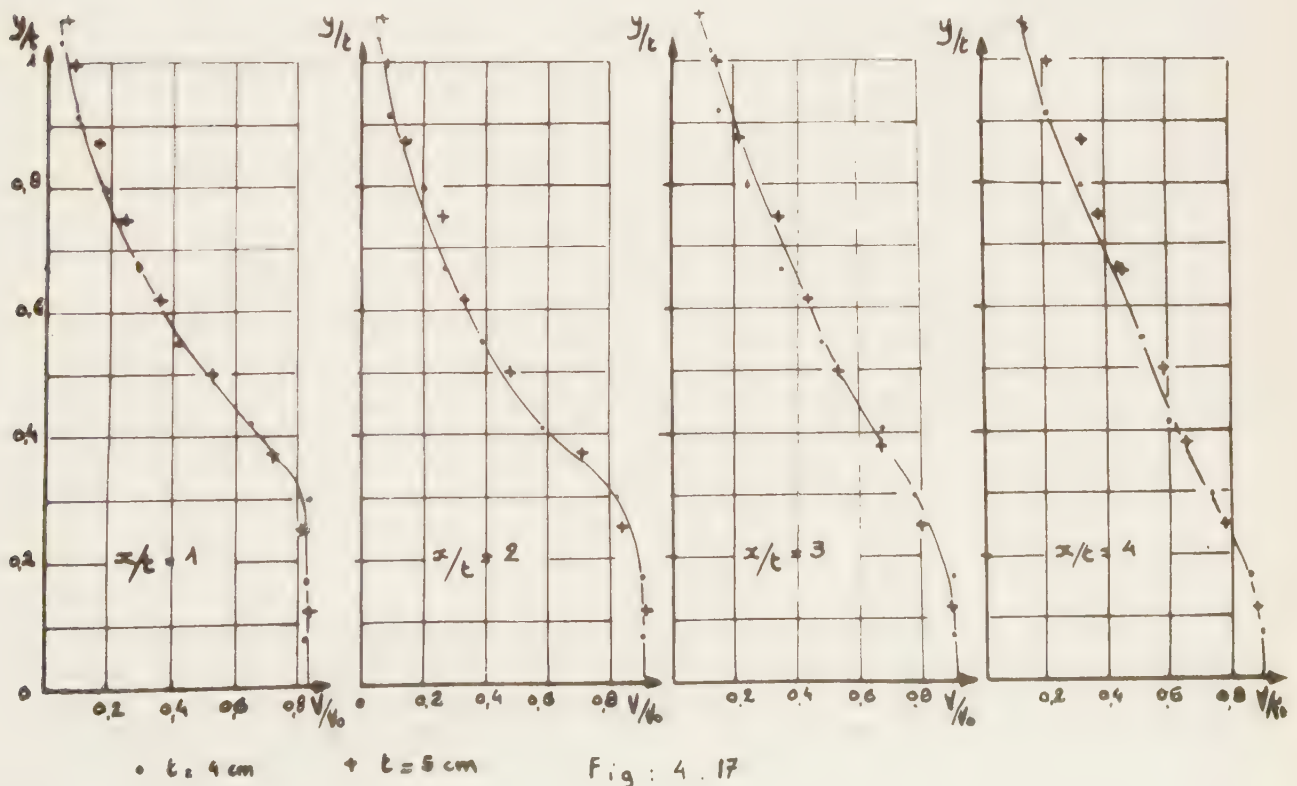
Fig : 4.16

1) Si h/t est très faible, le jet sort latéralement d'un réservoir en pression; le profil de vitesse a une évolution relativement simple étudié sous le nom de " wall jet " avec couche-limite à la paroi, et zone de mélange à la frontière libre. Les profils sont susceptibles d'une représentation unique comme l'indiquent SCHLICHTING (24) et MATHIEU (3).

2) Quand h/t augmente en restant inférieur à 2, le type d'écoulement précédent peut encore être pris comme référence mais la vitesse cesse d'être uniforme dans la section contractée de sortie puisque la zone de mélange s'accroît en épaisseur. Cependant, les vecteurs vitesses sont en majorité parallèles au sol.

3) Quand $2 \leq \frac{h}{t} \leq 4$, le corps potentiel atteint la paroi alors que le fluide dans sa partie initiale se comporte comme un jet libre qui se mélange à l'air ambiant. Selon la hauteur choisie et approximativement à une distance x telle que $\frac{y+x}{t} < 5$ on peut retrouver une vitesse à la frontière de la couche limite attachée à la paroi égale à la vitesse initiale V_0 .

4) Quand $h/t > 4$ la zone de mélange a gagné tout le jet avant d'atteindre le sol. Sur le jet dévié latéralement le profil est très élargi et n'atteint plus nulle part la valeur théorique V_0 le long de la paroi. Les mesures effectuées se situent à cette limite des cas 3 et 4 (fig. 4.17).



Les graphiques correspondants montrent que la couche-limite est très mince ce que justifie le gradient de pression négatif. Un élargissement progressif de la zone de mélange accompagne la disparition du noyau potentiel initial.

4.5 Etude théorique du problème - Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux

4.51 Expressions générales

Les équations caractéristiques de l'écoulement d'un fluide sont déduites de l'équation générale de la dynamique

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho F - \text{grad } p - f$$

lorsqu'on l'applique à l'unité de masse, $\vec{f}$ représente l'ensemble des forces d'origine visqueuses ou de turbulence et $\vec{F}$ les forces extérieures appliquées.

Pour simplifier le problème général, nous supposons l'écoulement bidimensionnel et nous négligerons les forces extérieures pratiquement réduites aux forces de gravité.

Pour un fluide newtonien où les tensions visqueuses sont de la forme

$\tau_x = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ on obtiendrait dans le cas d'un écoulement laminaire les équations de Navier-Stokes

$$\frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

Si l'écoulement est turbulent, permanent en moyenne, les composantes de la vitesse sont de la forme

$$u = \bar{u} + u'$$

$$v = \bar{v} + v'$$

$\bar{u}$ étant la valeur moyenne et u' une fluctuation en fonction du temps dont la valeur moyenne est nulle (de même pour $\bar{v}$ et v'). Ces fluctuations de vitesses introduisent des tensions supplémentaires et REYNOLDS a donné d'un écoulement de fluide visqueux, non pesant, incompressible et bidimensionnel, les équations :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x}$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y}$$

L'écoulement d'un jet dévié doit satisfaire à ce système d'équation auquel s'ajoute l'équation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

L'étude d'un jet turbulent dévié, à partir des équations générales ne peut être abordé sans hypothèses supplémentaires. L'hypothèse classique dite de la couche-limite qui revient à considérer comme négligeable la déflexion de la vitesse par rapport à la paroi ($v \ll u$) n'est ici admissible que pour x grand, quand le jet est déjà entièrement dévié. Elle ne l'est pas dans la zone de mise en pression qui nous intéresse où le vecteur vitesse change fortement de direction.

En l'absence d'une théorie générale permettant de lever les indéterminations relatives aux termes de tensions supplémentaires de REYNOLDS, nous sommes contraints de nous contenter d'une comparaison entre l'expérience et le mouvement du fluide parfait.

4.52 Ecoulement de fluide parfait (fig. 4.17)

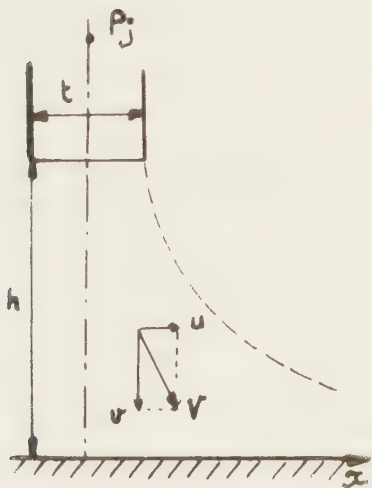


Fig: 4.18

Ce cas peut être traité en supposant un écoulement à potentiel de vitesses

$\varphi(x, y)$ donné par la fonction analytique de la variable complexe $z = x + iy$

$$f(z) = \frac{a}{2} z^2$$

donnant

$$\varphi = \frac{a}{2} (x^2 - y^2) \text{ et } \psi = axy$$

donc

$$U = ax \text{ et } v = -ay$$

Les lignes de courant sont alors des hyperboles.

Pour étudier la validité de cette forme générale, considérons un jet de largeur t émis sous une pression p_j à une distance h de la paroi.

$$1) \underline{5 > \frac{h}{t} > 2}$$

Si $h < 5t$ nous savons que le noyau potentiel atteint l'obstacle et si de plus $h > 2t$ la pression ambiante s'établit dans toute la section de sortie où la vitesse est quasi uniforme et de valeur $V_o = \sqrt{\frac{2p_J}{\rho}}$. Le potentiel y serait aussi quasi uniforme. Pour la hauteur $h = 2t$ on a donc $v = -ah = V_o$. Par suite en un point quelconque, pour un écoulement à énergie constante, la pression statique est donnée par

$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 = p_J \quad \text{ou} \quad p + \frac{1}{2} \rho a^2 (x^2 + y^2) = p_J$$

donc

$$\frac{p}{p_J} = \frac{x^2 + y^2}{h^2} = 1$$

comme nous avons supposé $h = 2t$ il vient

$$\frac{p}{p_J} = 1 - \left[\left(\frac{x}{2t} \right)^2 + \left(\frac{y}{2t} \right)^2 \right] \quad (1)$$

que nous pouvons comparer à notre loi d'évolution expérimentale

$$\frac{p}{p_J} = e^{- (0,93 x/t)^2 + (1,2 y/t)^2} \quad (2)$$

En ne conservant que les 2 premières termes du développement en série on obtient $\frac{p}{p_J} = 1 - \left[(0,93 x/t)^2 + (1,2 y/t)^2 \right]$ de forme analogue à la relation (1) mais qui montre un écart important sur la valeur des coefficients, écart qui est d'ailleurs minimisé par le choix de la limite $h/t = 2$.

$$2) \underline{\text{Si } h/t \leq 2}$$

Dans la section de sortie le potentiel n'est pas constant, le module du vecteur vitesse et sa direction sont variables d'un point à l'autre (ce que l'on constate expérimentalement pour les hauteurs h inférieures à $2t$). A la frontière extérieure de la section de sortie (point l'abscisse $x_f = t/2$ et d'ordonnée $y_f = h$), la vitesse $|V_o| = \sqrt{2p_J/\rho}$ donne

$$V_o^2 = a^2 \left(\frac{t^2}{4} + h^2 \right)$$

la vitesse axiale U_f sera $v_f^2 = a^2 h^2$ d'où le rapport

$$\frac{v_{of}}{V_o} = \frac{a^2 h^2}{a^2 (t^2/4 + h^2)} = \frac{(h/t)^2}{1/4 + (h/t)^2}$$

En un point quelconque de l'écoulement à énergie constante

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = p_J \quad \text{soit} \quad \frac{p}{p_J} = 1 - \left(\frac{v}{v_o} \right)^2$$

donne

$$\frac{p}{p_J} = 1 - \frac{a^2 (x^2 + y^2)}{a^2 (t^2/4 + h^2)}$$

$$\frac{p}{p_J} = 1 - \frac{(x/t)^2 + (y/t)^2}{1/4 + (h/t)^2}$$

La distribution de pression dépend de h/t alors que nous avons constaté que dans la zone de mise en pression le profil p/p_J est pratiquement indépendant de h/t .

La représentation par potentiel donnerait des résultats acceptables pour h/t voisin de $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,86$. On trouve alors

$$p/p_J = 1 - \left[(x/t)^2 + (y/t)^2 \right]$$

relation plus voisine de l'expression (2) et $U_{of}/V_o = 0,75$ valeur qui est conforme au rapport mesuré expérimentalement (fig. 4.14 a).

Par ailleurs lorsque x/t et y/t sont très petits, c'est à dire au voisinage immédiat du point d'arrêt, la correspondance est plus satisfaisante quelque soit h/t puisque p/p_J est alors très voisin de l'unité.

L'écoulement à potentiel de valeur $\varphi = \frac{a}{2} (x^2 - y^2)$ ne peut être utilisé pour représenter l'évolution de la vitesse sauf au voisinage immédiat du point d'arrêt.

C'est d'ailleurs cette conclusion qu'utilise SCHLICHTING (24) pour procéder à une étude de couche-limite à la paroi au voisinage du point d'arrêt dans le cas d'un écoulement laminaire de fluide visqueux. L'écoulement est considéré comme formé d'un écoulement à potentiel donné par

$\varphi = \frac{a}{2} (x^2 - y^2)$ sauf dans la couche-limite où les hypothèses sur les valeurs de u , v et p sont

$$u = x f'(y) \quad v = -f(y) \quad \text{et} \quad p_J - p = \frac{1}{2} \rho a^2 (x^2 - f(y))$$

Ce choix à priori permet de satisfaire l'équation de continuité et d'évaluer les dérivées partielles. Les expressions obtenues reportées dans les équations de NAVIER STOKES donnent le système d'équations différentielles

$$f'^2 - ff'' = a^2 + \nu f'''$$

et
$$ff' = \frac{1}{2} a^2 F' - \nu f''$$

Compte tenu des conditions aux limites le système a pu être résolu numériquement et l'auteur donne sous forme de tableaux les résultats concernant la couche-limite.

La méthode ci-dessus n'étant pas susceptible d'extension car nous avons constaté que le choix du potentiel de vitesse ne convenait pas hors de la couche limite et aussi parce que nous étudions un jet turbulent, nous avons choisi de résoudre le système des équations d'EULER qui sont valables au moins pour le noyau potentiel, par analogie électrique. Les conditions aux limites étant fixées par comparaison à notre dispositif expérimental.

4.53 Etude analogique

Afin de comparer les résultats expérimentaux caractéristiques d'un écoulement turbulent de fluide réel avec le cas d'un fluide parfait, nous avons procédé à une étude par analogie rhéoélectrique en utilisant le papier Télédeltos. Il faut pour cela faire l'hypothèse supplémentaire que l'écoulement est à potentiel de vitesse.

4.531 Principe

Rappelons brièvement que pour un écoulement permanent conservatif de fluide incompressible, le vecteur vitesse V est tel que

$$\overrightarrow{\text{div}} V = 0$$

Si en outre la vitesse dépend de la fonction potentielle φ on peut écrire

$$\text{div} (\overrightarrow{\text{grad}} \varphi) = 0 \quad \text{soit} \quad \Delta \varphi = 0$$

Or le potentiel électrique U dans un conducteur vérifie également $\Delta U = 0$ de sorte que l'on a l'analogie suivante :

- équipotentiels électriques, analogues à équipotentiels de vitesses,
- lignes de courant électrique analogues à ligne de courant fluide,
- gradient de potentiel analogue à vecteur vitesse.

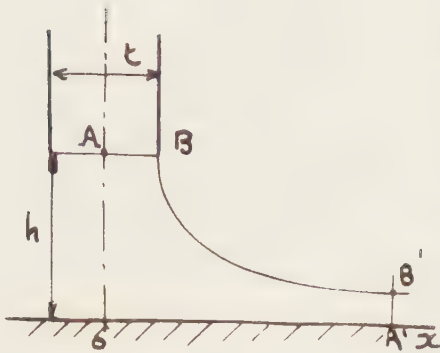


Fig: 4.19

Pour le jet symétrique dont on étudie seulement une moitié, les limites sont les lignes de courant AOA' pour laquelle la fonction de courant peut être prise égale à zéro et BB' pour laquelle Ψ est égale à la moitié du débit total. (fig. 4.19)

Les conditions aux limites sont les suivantes :

- le long de AB : par hypothèse nous prendrons comme le fait STRAND (6) la vitesse V normale à la section de sortie.

Donc $(-\frac{\partial \varphi}{\partial x})_{AB} = 0$ et d'après l'analogie, $U = C^{te}$ sur AB; la frontière AB est conductrice.

- le long de A'B' : suffisamment loin de l'origine la vitesse devient parallèle à la paroi donc

$(-\frac{\partial \varphi}{\partial y})_{A'B'} = 0$ soit $\varphi = C^{te}$ sur A'B'. Il en est de même pour le potentiel U ; cette frontière est également conductrice.

- le long de BB' : si $\vec{n}$ est la perpendiculaire à la frontière du jet on aura $(-\frac{\partial \varphi}{\partial n})_{BB'} = 0$ ce qui conduit à une frontière isolante.

La loi de BERNOUILLI appliquée à cette ligne de courant donne $p + \frac{1}{2} \rho V^2 = C^t$ mais p est égale à la pression atmosphérique donc V est constante.

Si l est l'abscisse curviligne d'un point de la frontière, on aura

$$(-\frac{\partial \varphi}{\partial l})_{BB'} = U_o = C^{te}$$

donc

$$(-\frac{\partial U}{\partial l})_{BB'} = C^{te}$$

la valeur de la constante sera déterminée par la valeur du gradient pris au loin sur l'axe des x puisque nous avons admis qu'il était alors uniforme dans la section A'B'.

- Enfin sur l'axe de symétrie AO et suivant OA, on a $(-\frac{\partial \varphi}{\partial n})_{AOA'} = 0$ ce qui permet de remplacer cette frontière par une paroi isolante dans le montage analogique.

Pour passer des mesures de gradient de potentiel au valeur de la pression ou de la vitesse, on utilise le résultat suivant.

En un point quelconque M d'une ligne de courant

$$p_M + \frac{1}{2} \rho v_M^2 = p_J = p_o + \frac{1}{2} v_o^2$$

ou p_o serait la pression atmosphérique que nous prendrons comme pression de référence ($p_o = 0$) puisque nous avons mesuré des pressions relatives.

Par suite

$$p_M - p_o = \frac{1}{2} \rho v_o^2 \left[1 - \left(\frac{v_M}{v_o} \right)^2 \right] = p_M$$

de même

$$p_J = \frac{1}{2} \rho v_o^2$$

or

$$v_M = \lambda \left(\frac{\partial \varphi}{\partial l} \right)_M \quad \text{et} \quad v_o = \lambda \left(\frac{\partial \varphi}{\partial l} \right)_o$$

donc

$$\frac{p_M}{p_J} = 1 - \left[\frac{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial l} \right)_M}{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial l} \right)_o} \right]^2$$

4.532 Montage utilisé (fig.4.20)

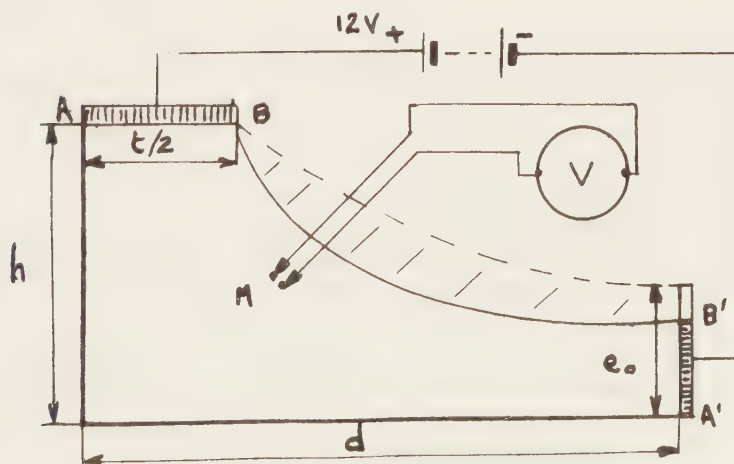


Fig: 4.20

Le papier Télédeltos utilisé (Tel 81 de la Compagnie Française des diagrammes) est mis sous tension le long des frontières équipotentielles AB et A'B' où l'on a collé une bande de clinquant de cuivre à l'aide d'une laque d'argent conductrice (Ag 200 de la Technique Appliquée). Une sonde orientable à pression constante dont l'écartement entre pointes est de 5 mm permet de mesurer le gradient de tension assimilé à $\frac{\Delta V}{\Delta l}$ à l'aide d'un voltmètre électronique.

4.533 Conditions expérimentales

La largeur initiale $t/2$ et la hauteur h sont des données géométriques, la longueur d est toujours supérieure à h et la frontière initiale A'B' a une hauteur initiale e_0 supérieure à $t/2$.

a) Recherche de la frontière BB' : on mesure le gradient en B' et l'on recherche en divers points de la frontière initiale arbitraire des points ayant ce gradient.

Si ces valeurs sont toujours supérieures (vitesses trop fortes) la largeur e_0 initiale était trop faible. Ce cas ne se présente pas si les conditions géométriques ci-dessus sont respectées.

Si ces valeurs sont toujours trop faibles (vitesse trop faible) on doit réduire la section de passage en découpant le papier.

S'il existe des points à gradient supérieur et d'autre inférieur, on réduira la section de passage dans la zone définie par ces derniers. Le résultat recherché est atteint lorsque le gradient garde la même valeur sur toute la frontière BB'.

b) Exploitation : on peut alors mesurer :

- le gradient le long de OB qui donnera la pression au sol,
- le gradient à des cotes y intermédiaires pour avoir la répartition de pression en avant du sol. La détermination de la ligne de courant correspondante se fait en déterminant d'abord la direction de l'équipotentielle ($\Delta V / \Delta l = 0$) puis en tournant la sonde de 90° .
- le gradient normalement à la section de sortie AB qui sera rapporté au gradient le long de BB' pour avoir le rapport des vitesses V/V_0 .

4.534 Résultats expérimentaux

Nous avons pu opérer pour des rapports h/t de valeur 0,5, 1, 2, 4 en prenant $t = 10$ cm et $h = 5$ cm puis 10 cm puis 20 cm et $t = 5$ cm pour $h = 20$ cm.

Les valeurs numériques figurent en annexe 7 et sont partiellement représentées par les graphiques suivants.

4.541 Répartition de pression au sol (fig.4.21)

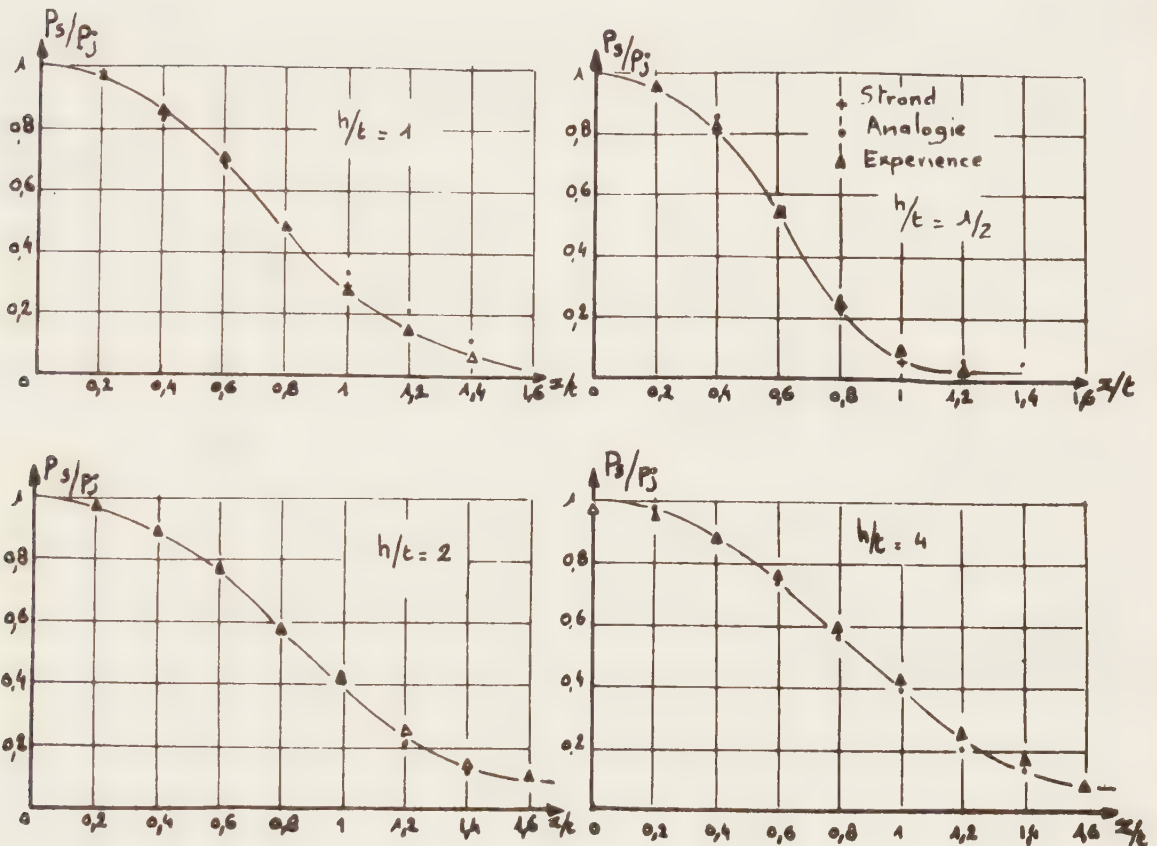


Fig. 4.21

Nous constatons que dans les domaines où la comparaison a pu être faite il y a une très bonne concordance entre les valeurs théoriques obtenues par le calcul (STRAND), par analogie (TELEDELTO) ou par mesures expérimentales directes. En ce qui concerne la répartition de pression statique au sol, l'écoulement réel est donc bien représenté par un écoulement potentiel de fluide parfait.

4.5342 Pressions statiques sur l'axe $p_o/p_J = f(y/t)$ (fig.4.22)

Les courbes représentatives de la pression statique sur l'axe, fournies par la méthode analogique et par les mesures directes ne montrent qu'une correspondance de forme. Les valeurs diffèrent sensiblement; pour le fluide réel la mise en pression se fait avec un gradient plus important au voisinage de la paroi.

Nous avons en effet observé que la mise en pression avait lieu dans tous les cas sur une longueur y de l'ordre de $2t$ de sorte que pour tous les rapports $h/t > 2$, la pression est sensiblement uniforme dans la section de sortie. Il n'en va pas de même avec la représentation analogique pour laquelle quelque soit le rapport h/t , l'évolution du gradient de potentiel sera plus progressive.

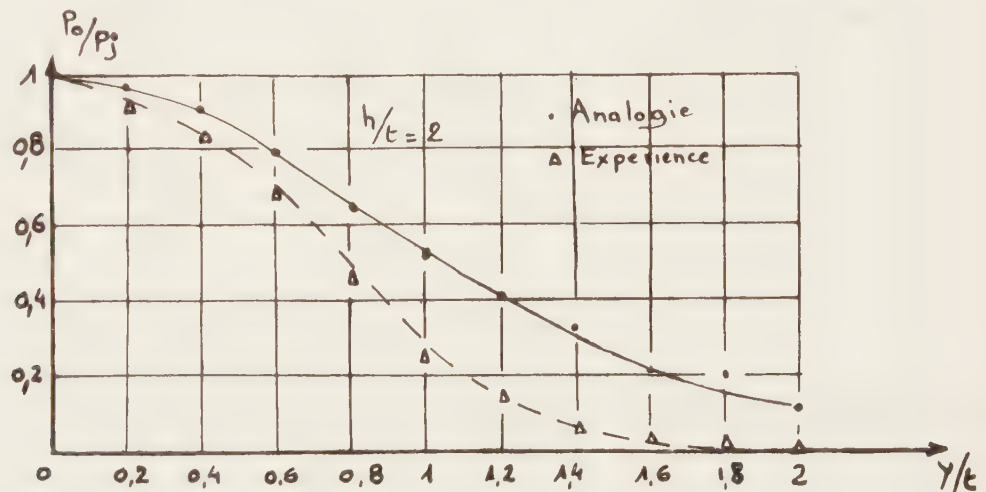


Fig : 4.22

4.5343 Pressions statiques p en avant de la paroi $(p/p_J)_y = f(x/t)$ (fig.4.23)

La correspondance ne porte que sur la forme, le paragraphe précédent ayant montré que les valeurs sur l'axe étaient plus faibles pour le fluide réel que pour le fluide théorique.

La largeur de la zone en pression est par contre plus large pour le fluide réel qui tient compte de la zone de mélange alors que le fluide parfait a une frontière bien définie.

L'écart est cependant de peu d'importance. Ceci ne paraît pas surprenant si l'on considère que dans le cas d'un jet droit (non dévié), il a été trouvé (2) que l'élargissement du jet par rapport au jet théorique est inférieur à 10° sur chaque frontière.

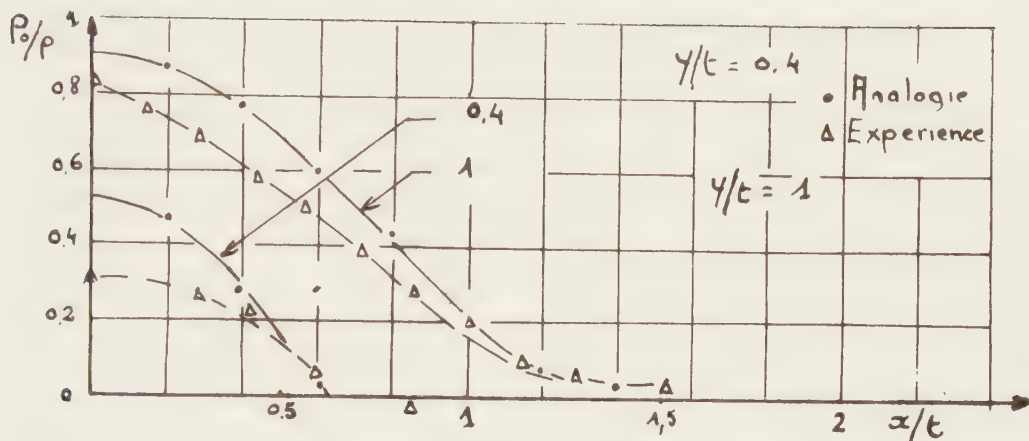


Fig: 4.23

4.5344 Vitesse dans la section de sortie(fig.4.24)
 $(V/V_0 = f(x/t))$

La correspondance entre les trois méthodes d'étude n'est que très relative. Les vitesses théoriques sont plus faibles que les valeurs mesurées comme le montre le graphique suivant, qui correspond à $h/t = \frac{1}{2}$. Nous avons noté que la pression mesurée était plus faible, il est donc normal que les vitesses expérimentales soient plus fortes. Quant à l'écart entre les valeurs calculées (STRAND) et celles déterminées par l'analogie, nous pensons pouvoir l'attribuer à l'incertitude sur ces dernières mesures laquelle peut atteindre 10%.

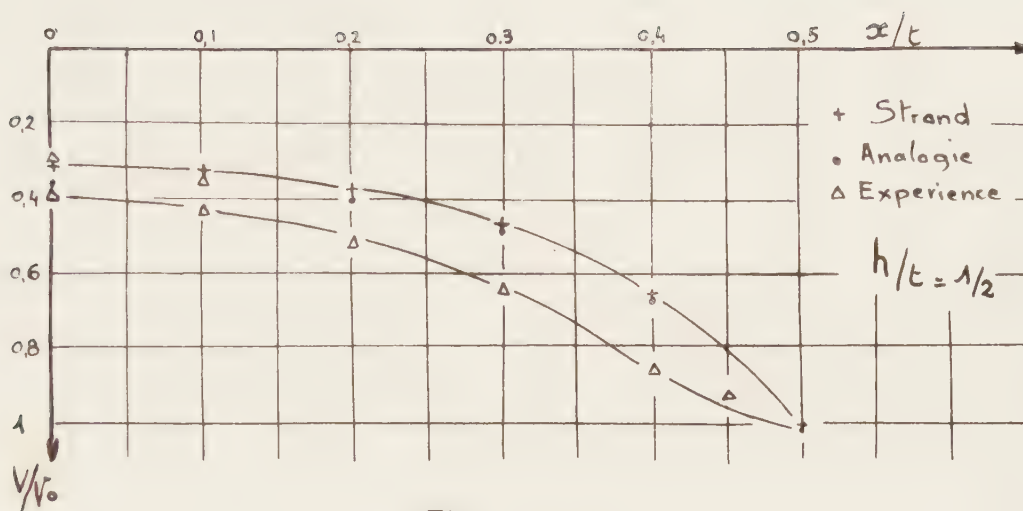


Fig: 4.24

4.5345 Conclusion de cette étude

L'hypothèse d'un écoulement à potentiel de vitesses de fluide parfait n'est qu'une approximation conduisant à de bons résultats quant aux pressions sur le sol mais qui ne peut tenir compte du fait que la zone de ralentissement est localisée et que la frontière extérieure comporte une zone de mélange.

4.6 Utilisation des courbes expérimentales de répartition de pression au sol

4.61 Poussée au sol (fig.4.25)

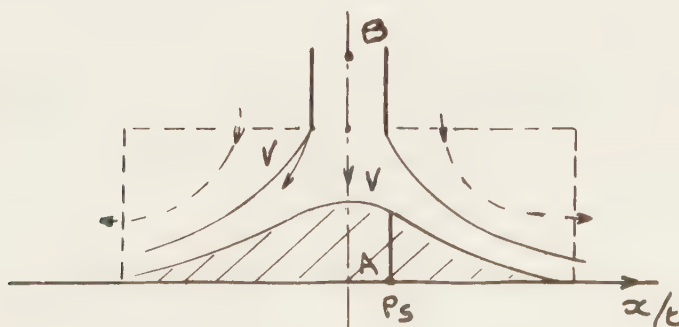


Fig:4.25

Les courbes $p_s/p_J = f(x/t, h/t)$ que nous avons tracées permettent d'évaluer la poussée exercée sur le sol.

Dans une tranche d'épaisseur unité elle a comme valeur

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} p_s dx$$

Considérons

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p_s}{p_J} d\left(\frac{x}{t}\right) = \frac{1}{p_J t} \int_{-\infty}^{+\infty} p_s dx \text{ ainsi } A = \frac{F}{p_J t}$$

4.62 Poussée réactive

Dans le cas d'un fluide parfait, le théorème des quantités de mouvement montre que la poussée au sol représente l'action réactive du jet. Ceci permet de comparer les résultats pratiques et théoriques.

- Pour la courbe médiane que nous avons représentée par

$$p_s/p_J = e^{-\left(0,93 \frac{x}{t}\right)^2}$$

l'aire délimitée sera

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(0,93 \frac{x}{t}\right)^2} d\left(\frac{x}{t}\right) = \sqrt{\frac{\pi}{0,93}} = 1,84$$

donc

$$F = 1,84 p_J t$$

- S'il s'agissait d'un fluide parfait débouchant à l'air libre avec la même pression génératrice p_J , la vitesse uniforme d'échappement serait $V_0 = \sqrt{2 p_J / \rho}$ donc pour une tranche d'épaisseur unité la poussée réactive vaudrait

$$F = m V = \rho t V^2 \quad \text{soit} \quad F = 2 p_J t$$

- La poussée calculée est supérieure à la valeur mesurée ce qui est normal puisque la présence du sol entraîne une réduction de vitesse dans la zone médiane du jet (fig.4.14).

De plus pour le fluide réel les vecteurs vitesses ne sont pas normaux à la section de sortie dans toute sa largeur mais sont déviés vers l'extérieur au voisinage des bords du conduit. La composante axiale de la vitesse est réduite.

Enfin dans l'application du théorème des quantités de mouvement on doit faire apparaître sur le contour extérieur un échange de quantités de mouvements du fait de la zone d'entraînement par mélange.

4.63 Influence de h/t

Lorsque h/t augmente c'est à dire lorsque le conduit s'éloigne du sol, les conditions de l'écoulement dans la section de sortie se rapprochent de celles valables pour un jet libre. Il est normal que la poussée au sol tende vers la valeur théorique $F = 2 p_j t$.

Le planimétrage des surfaces A correspondent aux divers rapports h/t avec extrapolation à l'infini nous a donné le tableau suivant :

h/t	0	1/5	1/2	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12
$A = F/p_j t$	1	1,06	1,30	1,63	1,88	1,90	1,91	1,92	1,97	1,98	2	2,04	2,01

La valeur 2 représentant la limite théorique est bien atteinte et nous attribuerons l'incertitude des derniers résultats à la méthode d'extrapolation choisie, à l'imprécision des relevés expérimentaux, à l'existence d'une zone en légère dépression constatée dans la partie lointaine du jet dévié et à l'influence de l'entraînement.

5. ETUDE EXPERIMENTALE DU JET DEVIE PAR UNE PRESSION LATÉRALE

5.1 Répartition de pression p_s au sol

5.11 Conditions expérimentales

Lorsque les parois latérales sont mises en place sur l'un des côtés (fig. 5.1), le jet se trouve entièrement dévié vers l'autre côté. Il en résulte l'apparition d'une pression statique latérale p_b et une répartition dissymétrique de la pression p_s au sol, laquelle fait l'objet de cette étude.

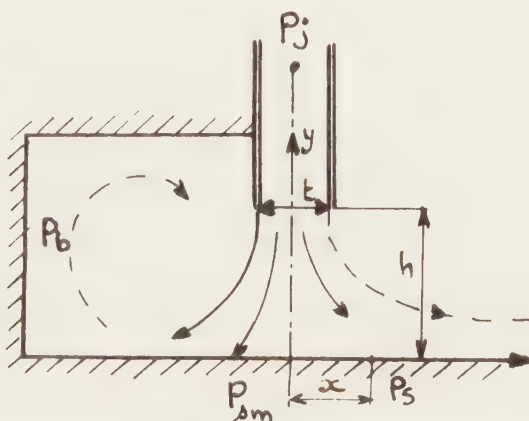


Fig : 5. 1

Les mesures ont été conduites comme dans le cas du jet droit. Dans une première phase expérimentale, il a été établi que la répartition $p_s = f(x)$, pouvait aisément se ramener à un profil unique $p_s/p_J = f(x)$ lorsque, les autres données restant fixes, seule p_J était modifiée. On opère ensuite la réduction suggérée par l'analyse dimensionnelle en x/t qui conduit à un profil $p_s/p_J = f(x/t)$ pour différents h/t .

5.12 Influence de h/t

Lors de nos expériences, les valeurs de t retenues ont varié de 1 cm à 7 cm. Il nous faut faire la même réserve que pour l'étude du jet plein quant à la précision avec laquelle est connue la largeur réelle du jet, plus particulièrement dans le cas des fentes étroites quand l'épaisseur relative de la couche limite n'est plus négligeable.

Nous avons d'autre part fait varier h pour obtenir des rapports h/t compris entre $1/7$ et 12 .

Enfin, compte tenu de la similitude en p_s/p_J signalée au paragraphe précédent, nous avons opéré à pression génératrice constante et égale à 100 mm CE , mesurant le débit global Q par l'intermédiaire de la pression q fournie par le débitmètre.

Les tableaux annexe 8 ont permis les tracés graphiques des courbes $p_s/p_J = f(x, t)$ pour h/t donné.

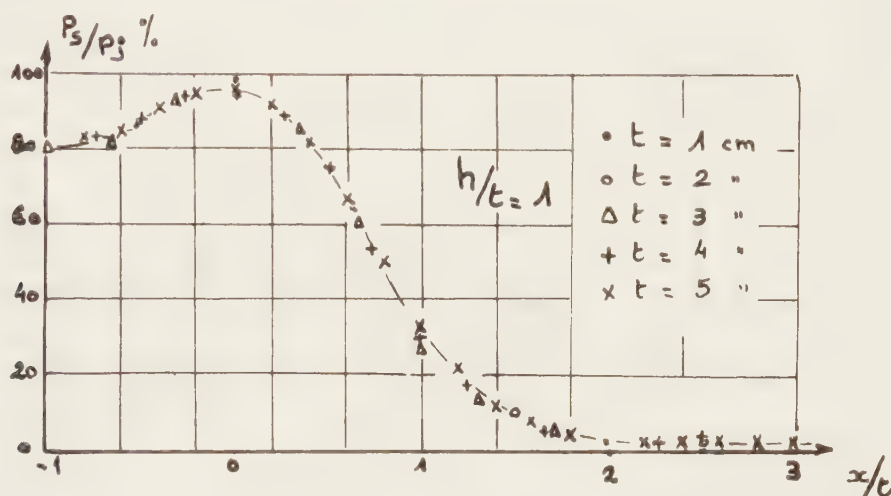


Fig 5.2

Nous montrons d'abord que pour une valeur de h/t le profil établi à l'aide de sept largeurs de fente peut être réduit d'une manière assez satisfaisante à un tracé unique (fig.5.2). Ce résultat très bon pour les faibles valeurs de h/t (de $1/5$ à 2) est moins satisfaisant pour les valeurs plus élevées. La dispersion des points expérimentaux est alors plus grande en particulier au voisinage du maximum de pression. Il est à noter que dans ce dernier cas les pressions mesurées sont fluctuantes et qu'il est difficile de leur attribuer une valeur définie. L'écoulement n'est permanent qu'en moyenne. Au maximum de pression correspond un point d'arrêt. Il est l'aboutissement de la ligne de courant servant au partage du fluide qui se dirige vers l'extérieur et du fluide qui s'engage sous la base. Ce dernier formé d'air entraîné mais aussi d'air primaire produit un tourbillon de vitesse lente. L'excès de fluide doit être évacué par instant, ce qui entraîne ce déplacement du point d'arrêt.

Les courbes moyennes ainsi obtenues sont alors comparées entre

elles afin de rechercher l'influence du rapport h/t et de définir une loi d'évolution. L'allure de cette évolution est donnée par la figure 5.3 qui permet les remarques suivantes.

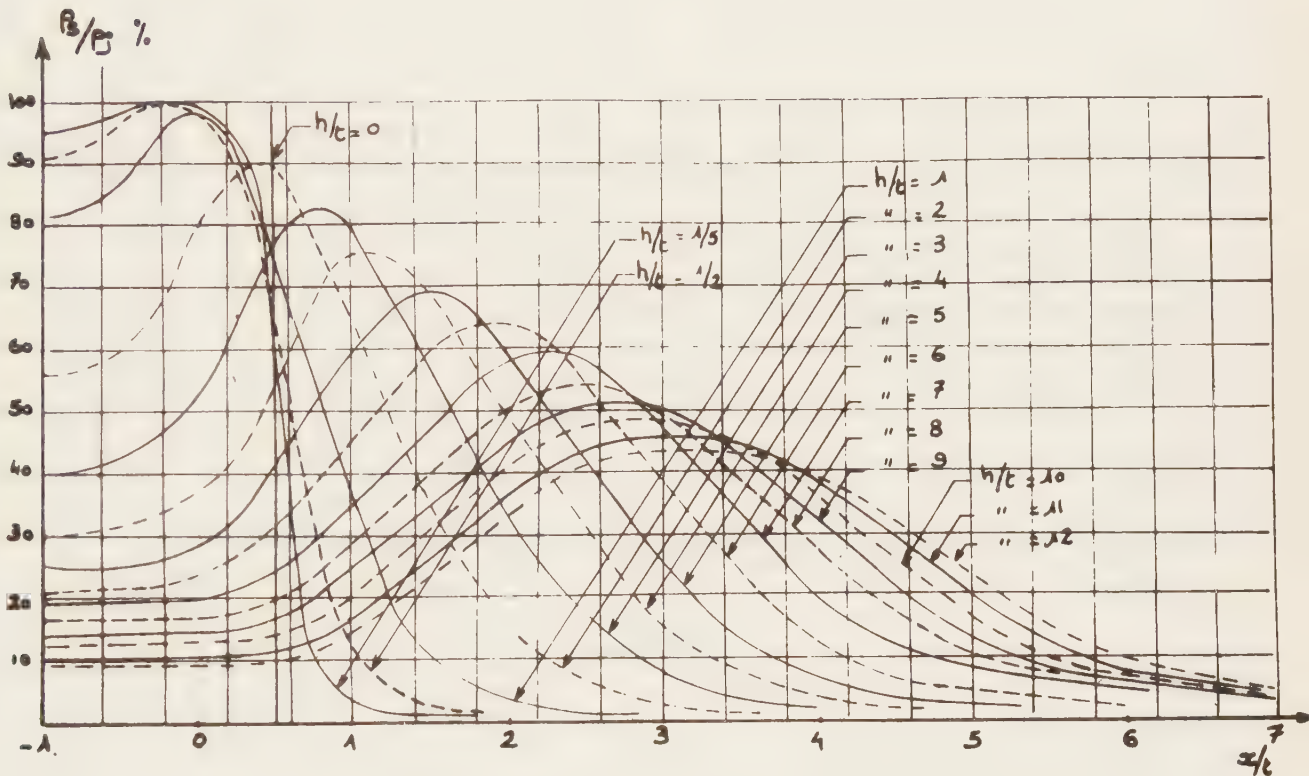


Fig : 5.3

5.121 Pour $h = 0$ qui correspond à la position de départ d'une machine à effet de sol, on a $h/t = 0$. Il y a alors fermeture totale et la pression sous la base et dans la largeur du conduit d'amenée d'air s'établit à la valeur p_J fourni par le ventilateur à débit nul. Ce cas limite est présenté sur notre tracé par un profil de pression au sol de forme rectangulaire.

5.122 Si h/t n'est pas nul, le profil de pressions présente toujours un maximum. Ce maximum p_{sm} n'est égal à p_J que pour les faibles

valeurs de h/t (inférieures à 1). Le noyau potentiel se trouve dévié latéralement par la pression sous la base alors que dans le cas du jet droit, il atteint encore la paroi pour des hauteurs voisines de $5t$. Pour des valeurs de h/t supérieures à 1, la pression maximale au sol va en diminuant selon une fonction lentement décroissante que traduit le graphique figure 5.4

$$P_{sm}/P_J = f(h/t)$$

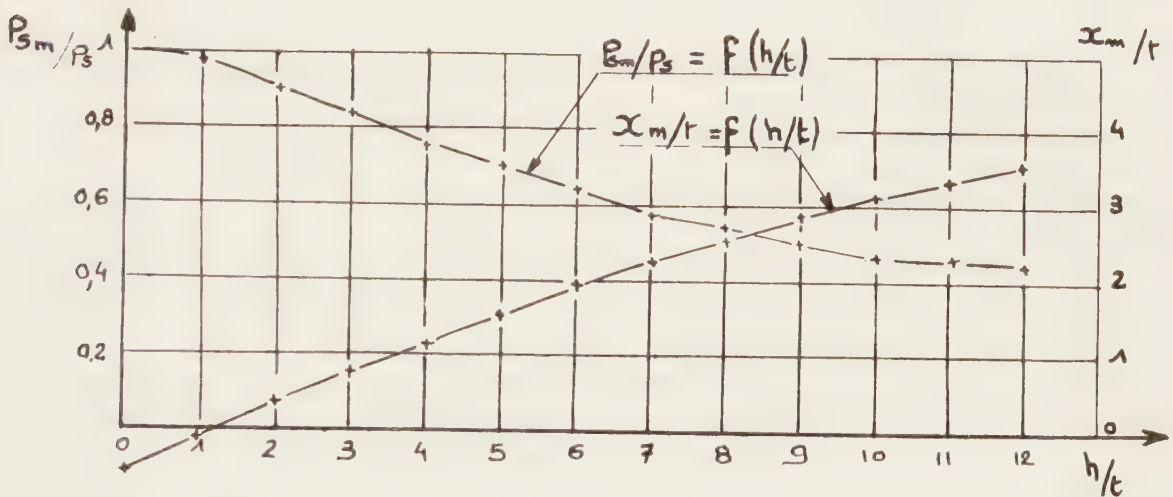


Fig: 5.4

5.123 Bien que le conduit soit normal à la paroi, la position du maximum de pression ne se situe pas sur l'axe, ce qui est normal. La ligne de partage qui y aboutit est courbée vers l'extérieur par la pression latérale sous la base.

Pour les très faibles valeurs de h/t , la position du maximum est voisine de la frontière intérieure, c'est à dire avec notre notation à x_m/t négatif et voisin de $-0,5$. Cette position se déplace progressivement vers l'extérieur lorsque h/t s'accroît. Ce déplacement de p_m en fonction de h/t peut être traduit par la courbe de la figure 5.4.

$$\frac{x_m}{t} = f(h/t)$$

5.124 De nombreux auteurs dont M. POISSON-QUINTON (9) et M. JAUMOTTE (10) ont constaté que la pression sous la base de maquette de machine à effet de sol n'était pas uniforme et font état d'un profil pré-

sentant un minimum (fig.5.5). L'existence de ce minimum est justifié par apparition d'un tourbillon induit par entrainement visqueux au contact du jet.

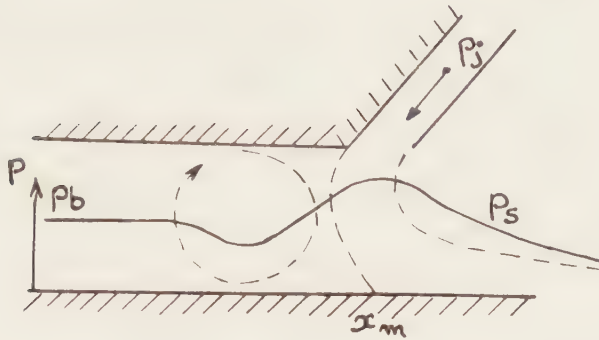


Fig:5.5

Ce minimum est inexistant ou négligeable dans la plupart de nos mesures. Il n'est sensible que pour les faibles valeurs de t et les faibles rapports h/t .

Nous attribuons ce fait à la valeur relativement faible des vitesses de jet utilisées. Elles sont dans notre cas de l'ordre de 40 m/s sur la frontière libre extérieure du jet mais plus faibles vers l'intérieur,

où règne la pression sous la base. Ces valeurs sont donc inférieures aux vitesses lors des expériences citées en référence (200 m/s, 60 m/s).

La forme de la capacité mise en pression est également différente et en particulier sa hauteur est très supérieure à h : le tourbillon d'entrainement visqueux est donc plus amorti. La chute de pression qu'il entraîne est quasi annulée ce qui est à l'avantage de la portance.

5.2 Pression sous la base $p_b = f(h/t)$

La pression sous la base p_b est mesurée par une prise de pression statique fixée dans la cloison latérale. Elle est également donnée par la sonde de pression statique servant à l'exploration lorsque celle-ci est placée dans la zone de fluide mort.

5.21 Résultats expérimentaux

La mesure de la pression statique p_b sous la base se fait aisément, le fluide est au repos et l'indication du manomètre bien stable. Nous avons opéré pour diverses largeurs de fente allant de $t = 1$ à $t = 7$ cm et pour des rapports h/t allant de $1/5$ à 12.

Les résultats moyens figurent sur la courbe ci-après (fig.5.6) qui montre une rapide décroissance de la pression sous la base, lorsque le rapport h/t augmente. La portance d'une machine réelle diminue rapidement quand augmente la hauteur de vol.

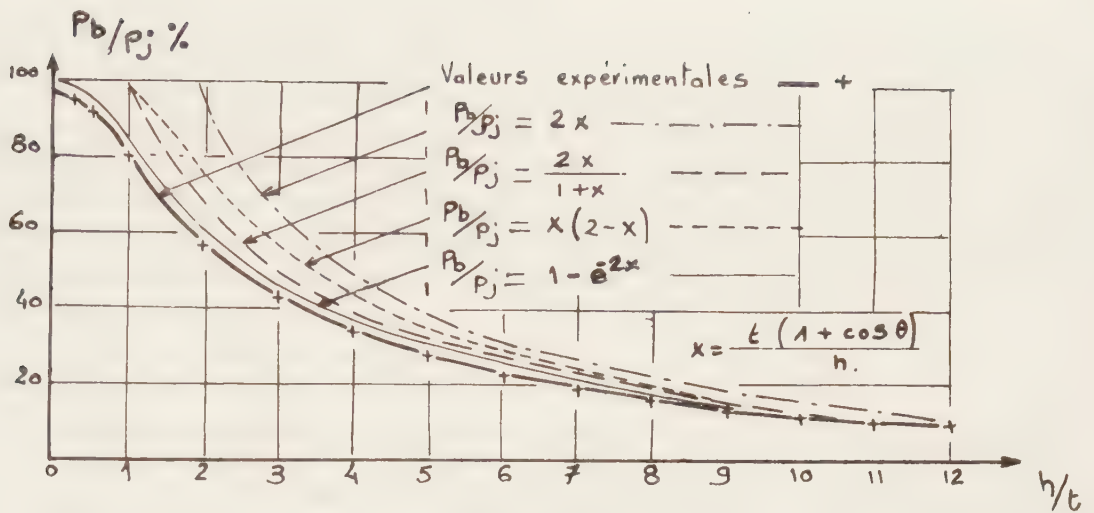


Fig: 5.6

5.22 Observations

Nos mesures montrent que pour les faibles largeurs de fente (1 et 2 cm) à égalité de rapport h/t , la pression obtenue est plus faible que pour les grandes largeurs, donc que la loi de similitude n'est plus absolument satisfaite. Cet effet est peu marqué pour h/t grand mais il devient important pour $h/t < 2$.

Nous interprétons ce résultat en constatant que dans ces conditions, le jet mince constitue un obstacle peu efficace à la sortie du fluide enfermé sous pression élevée sous la base, tout se passe comme s'il y avait une fuite latérale.

5.23 Comparaison avec les valeurs théoriques

La pression sous la base est la grandeur fondamentale pour évaluer la portance d'un appareil. Nous avons relevé diverses expressions théoriques permettant d'en prévoir la valeur en fonction de $X = \frac{t}{h} (1 + \cos \theta)$.

Selon CHAPLIN	$p_b/p_J = 2X$ théorie du jet mince
JAUMOTTE	$p_b/p_J = \frac{2X}{1+X}$
CREWE	$p_b/p_J = X(2-X)$
STANTON	$p_b/p_J = 1 - e^{-2X}$

dans notre dispositif expérimental $\theta = \frac{\pi}{2}$ donc $X = \frac{t}{h}$

Le tableau annexe 9 donne les valeurs expérimentales et calculées.

D'une façon générale, les relations théoriques n'ont pour domaine de validité que les grandes valeurs de h/t et au moins égale à 2 sauf cependant l'expression proposée par STANTON JONES qui traduit assez bien les valeurs expérimentales lesquelles sont toujours plus faibles que les valeurs calculées avec un décalage constant. Nous aurions une très bonne représentation analytique de la variation expérimentale en adoptant la relation

$$p_b/p_J = 0,96 - e^{-2 t/h}$$

Cette expression est valable dans tout le domaine de variation de h/t .

La comparaison des résultats expérimentaux avec d'une part l'étude de STRAND par transformation conforme et d'autre part notre étude d'un écoulement à potentiel de vitesse par analogie rhéologique montre également que les résultats expérimentaux sont plus faibles. Il apparaît donc que malgré la complexité des méthodes de calcul ou de mesure utilisées, les hypothèses initiales sont plus éloignées de la réalité, et les résultats théoriques sont moins bons qu'avec la méthode plus simple de STANTON JONES.

5.3 Variation du débit

Le débit à travers la section de sortie dépend de la distribution des vecteurs vitesses et de leur orientation qui seront étudiés au paragraphe suivant.

Notre mesure du débit global par le débitmètre à diaphragme permet un calcul approximatif de ce débit dans une tranche d'épaisseur unitaire. Le calcul ne serait rigoureux que pour un écoulement rigoureusement bidimensionnel ce qui n'est pas le cas à cause des couches limites des cloisons supérieure et inférieure.

Cependant la loi approximative de variation du débit en fonction du rapport h/t peut être convenablement déduite de nos mesures.

Rapporté à une tranche d'épaisseur unité, (1 cm) le débit mesuré en l/s s'exprime par :

$$Q_1 = \frac{2,53}{\sqrt{\rho}} \sqrt{q} \quad \begin{array}{l} q \text{ pression différentielle en mm} \\ \text{CE au diaphragme.} \end{array}$$

Compte tenu des conditions de température et de pression nous calculons ce débit Q_1 en fonction de t et h/t pour une pression génératrice constante p_J . Ces valeurs figurent dans le tableau ci-après.

h/t											
t cm	1/7	1/5	1/2	1	2	3	4	5	6	7	8
2			4,0	5,4	6	7	7,1	7,2	7,2		
3			6,1	7,8	9	9,8	10	10,3	10,5	10,5	
4		4,3	7,3	9,5	12	13,5	13,7	13,8	14	14	14
5		5,1	8	11 ⁵	15	16	16,5	16,7	16,7	16,7	
6		6,1	9	14	17,5	18,5	19,7	20	20	20	
7	4,6	7	12	17	21	22	23	23,5	23,5		

Nous n'avons pas pu retenir les mesures de débit effectuées pour $t = 1$ cm, car dans ces conditions le nombre de Reynolds du diaphragme était trop faible pour que la relation donnant le débit à partir de q soit valable.

Il apparaît (fig.5.7) que pour une largeur donnée, le débit croît alors que le conduit s'éloigne du sol mais tend vers une limite pratiquement atteinte pour $h/t = 6$. Nous verrons que dans ces conditions, la vitesse à la sortie est presque partout égale à sa valeur théorique $V_0 = \sqrt{\frac{2p_J}{\rho}}$ et que les vecteurs vitesses sont alors normaux à la section de sortie.

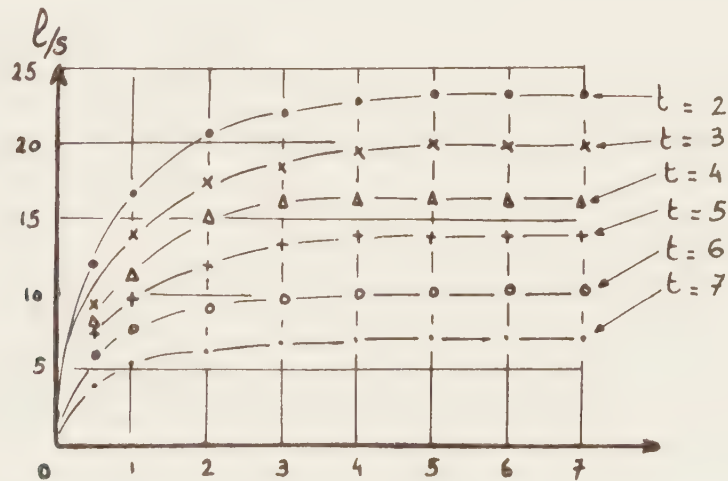


Fig:5.7

Nous constatons sur la figure 5.8 que les débits sont à égalité de h/t , sensiblement proportionnels à la largeur de la fente dans le domaine étudié.

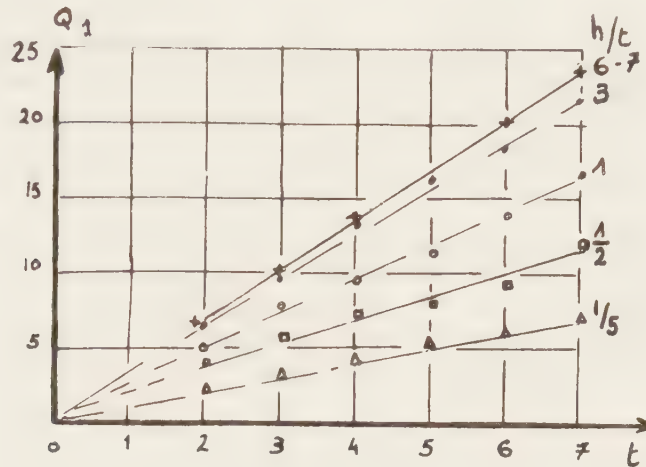


Fig:5.8

Nous trouvons là une confirmation de la similitude fournie par l'analyse dimensionnelle. Le facteur π_Q a comme valeur

$$\pi_Q = \frac{Q \rho^{\frac{1}{2}}}{t^2 p_J^{\frac{1}{2}}}$$

mais le débit dans une tranche d'épaisseur unité a comme équation aux dimensions $(Q_1) = L^2 T^{-1}$ donc

$$\pi_{Q1} = \frac{Q_1 \rho^{\frac{1}{2}}}{t p_J^{\frac{1}{2}}}$$

L'analyse dimensionnelle nous autorise à écrire la loi de variation du débit en fonction des autres grandeurs (parag. 3.62).

$$\varphi \left(\pi_{Q1}, \frac{h}{t}, \theta, \frac{\mu}{t (\rho p_J)^{\frac{1}{2}}} \right) = 0$$

Lorsque la similitude est respectée sur $\frac{h}{t}, \theta, \frac{\mu}{t (\rho p_J)^{\frac{1}{2}}}$, on voit

que π_{Q1} est déterminé donc que $Q1$ varie proportionnellement à t (ρ et p_J étant naturellement constantes comme dans nos expériences.)

5.4 Etude de la vitesse dans la section de sortie

5.41 Principe

Les mesures ont été faites à l'aide d'un anémomètre à fil chaud qui permet grâce à ses faibles dimensions de mieux localiser le point où la vitesse est mesurée. Le gradient de vitesse est en effet très important au voisinage de la paroi et les dimensions d'une sonde statique même miniaturisée rendent plus douteuses les indications données.

Par contre, le fil à chaud utilisé ne permet pas de connaître l'orientation du vecteur vitesse donc de déterminer le débit en considérant la composante axiale de ce vecteur. De ce fait, pour avoir la vitesse locale, nous avons effectué également une série de mesures à l'aide d'un clinomètre donnant la direction du vecteur vitesse et la pression d'arrêt, puis d'une sonde statique.

Nous avons opéré pour une largeur donnée en modifiant le rapport t/h et les résultats sont représentés en coordonnées réduites en fonction de x/t et de t/h . Nous avons ensuite fait varier la largeur de fente afin de contrôler qu'à égalité de rapport t/h les caractéristiques de l'écoulement ne dépendent que de l'abscisse réduite x/t .

Les tableaux des mesures relatifs à ces essais figurent en annexe 10 et donnent lieu aux observations suivantes.

5.42 Observations

5.421 Pression d'arrêt

La pression d'arrêt p_a reste constante et égale à la pression génératrice p_j dans toute la largeur du jet, sauf dans la couche-limite. Cette couche-limite est d'épaisseur négligeable sur la paroi extérieure de la fente. Sur la paroi intérieure, l'épaisseur augmente rapidement quand la valeur h/t augmente. Pression d'arrêt et pression statique p_f tendent l'une vers l'autre, la valeur commune étant la pression p_b sous la base où la vitesse est pratiquement annulée.

5.422 Pression statique p_f (figure 5.9)

Nulle ou légèrement négative à l'extérieur du conduit par suite de l'entraînement, la pression statique augmente sur toute la largeur de la fente pour atteindre la pression sous la base. Sa valeur moyenne (prise sur l'axe du jet par exemple) diminue rapidement quand h/t augmente. Pour des valeurs supérieures à $h/t = 6$, les distributions de vitesse et de pression ne sont pratiquement plus affectées par l'existence de la paroi déviatrice.

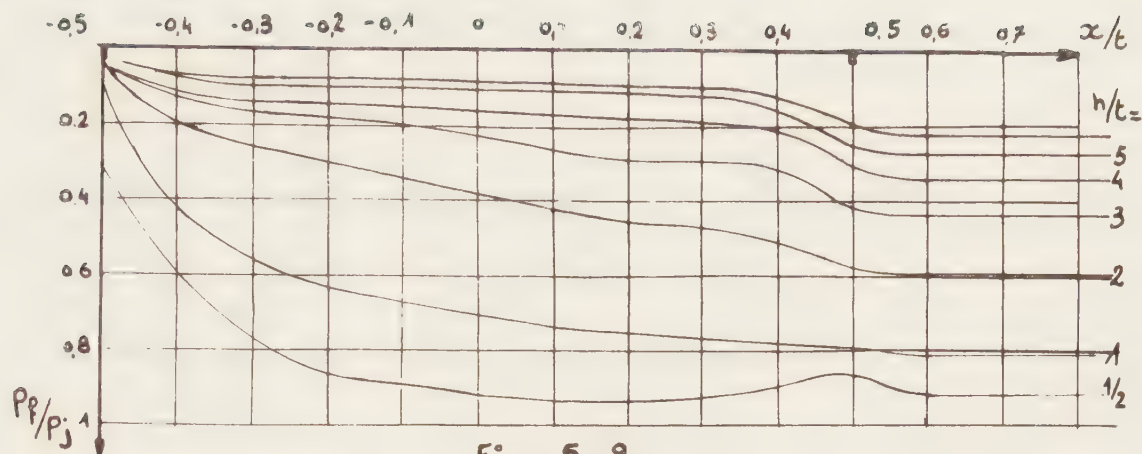


Fig: 5.9

5.423 Direction du vecteur vitesse

Pour les faibles rapports h/t , le clinomètre indique une inclinaison importante des vecteurs vitesses par rapport à l'axe du conduit. Elle atteint 50° pour $h/t = 1/5$. De plus les vecteurs ne sont pas parallèles entre eux. Ainsi que le représente schématiquement la figure 5.10, l'inclinaison est plus marquée pour les filets médians; cependant cette inclinaison s'inverse au voisinage de la paroi intérieure ce qui résulte de la formation d'un courant tourbillonnaire lent sous la base.

Le jet est donc en réalité dévié bien avant la section de sortie et les lignes de courant ne sont parallèles qu'à une certaine distance dans le conduit d'amenée du fluide. Cette circonstance constitue à notre sens une difficulté majeure à l'étude théorique de l'écoulement et une cause principale aux écarts entre les résultats théoriques et expérimentaux.

Si le rapport h/t augmente, l'inclinaison moyenne diminue et l'on tend vers un écoulement à filets parallèles et normaux, régime pratiquement atteint pour $h/t = 5$.

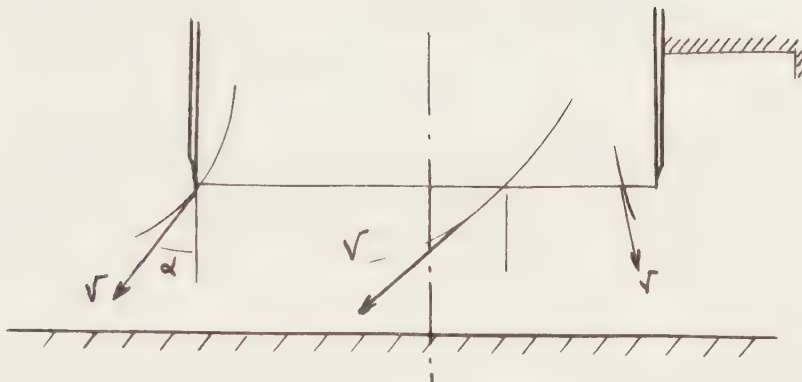


Fig: 5.10

5.424 Module du vecteur vitesse

Considérant la section de sortie représentée sur la figure 5.10, nous avons rapporté la vitesse déduite des mesures de pression ou mesurée à l'anémomètre à la valeur théorique $V_o = \sqrt{2p_j/\rho}$. La figure 5.11 donne la variation de ce rapport en fonction de h/t . De façon générale, le rapport diminue de la frontière extérieure ($x/t = -0,5$) à la frontière intérieure ($x/t = 0,5$) variant en sens inverse de la pression statique puisque la pression d'arrêt est peu variable. Dans la couche-limite le ralentissement s'accroît et pour nos mesures qui se font juste à la section de sortie, la vitesse ne s'annule pas exactement puisqu'il y a entrainement du fluide.

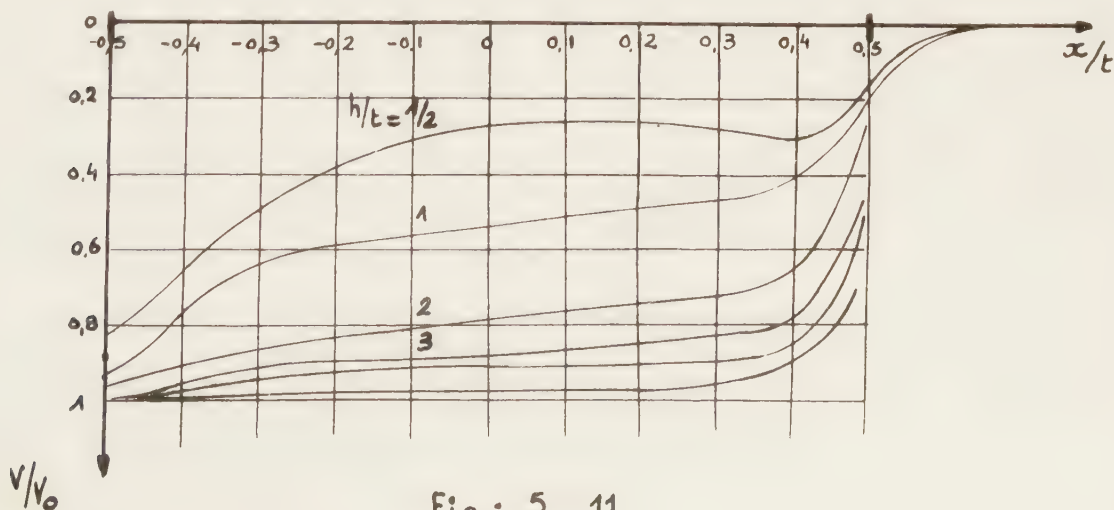


Fig: 5.11

5.5 Distribution de vitesses le long de la paroi

5.51 Principe

Comme dans le cas du jet plein, nous avons procédé à une étude expérimentale de l'évolution du vecteur vitesse en module et direction le long de la paroi. Pour diverses valeurs de x (fig.5.12), l'exploration est faite dans des sections perpendiculaires à la paroi à ordonnées y variables. Nous avons opéré pour plusieurs valeurs de la hauteur h .

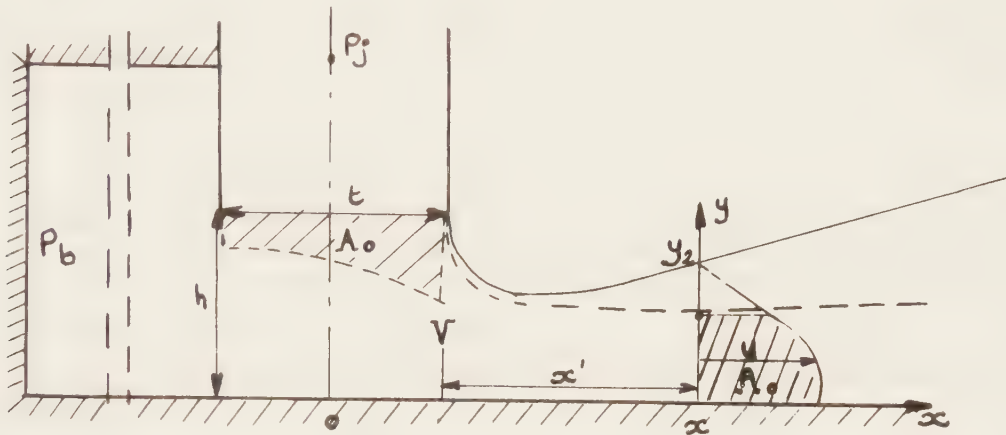


Fig : 5.12

Ainsi qu'il a été signalé à propos du jet droit (§ 4.43) la diversité des cas est très grande lorsque h/t augmente. Lorsque h/t est faible, le jet est conditionné par la section de sortie latérale h . L'entraînement du fluide extérieur n'apparaît que dans la zone d'écoulement sensiblement parallèle au sol. C'est un écoulement analogue au "Wall jet" pour lequel on suppose cependant une vitesse uniforme et normale à l'orifice de sortie. Lorsque h augmente et en pratique pour $h/t > 2$ l'écoulement est conditionné par l'orifice t ; l'entraînement du fluide extérieur apparaît déjà dans la partie du jet normal au sol. De ce fait la distribution de vitesse au long de la paroi est très influencée par l'entraînement.

Notre travail concerne les faibles rapports h/t . Nous avons en effet adopté $t = 9$ cm et pour h les valeurs 2, 4, 6 et 8 et 10 cm. L'exploration a été faite dans des sections droites correspondant à $x = 4, 5, 7, 10, 15, 20$ cm dans le but de comparer nos résultats expérimentaux avec ceux fournis par l'étude théorique de STRAND et notre étude analogique.

Les profils de répartition ont été tracés en portant la composante parallèle au sol. Ces tracés ont permis la détermination de deux frontières. D'une part une frontière y_1 , pour laquelle il y a conservation du débit initial et telle que

$$A_0 = \int_0^{y_1} u \, dy$$

D'autre part une frontière y_2 obtenue en prolongeant jusqu'à l'axe des ordonnées la partie quasi rectiligne du profil situé sur le côté libre du jet (fig. 5.13). Cette frontière définit en principe la limite de la zone de mélange.

5.52 Distribution de la vitesse

La figure 5.13 donne en valeurs absolues pour le cas où $h = 2 \text{ cm}$ l'allure des courbes expérimentales $u = f(y)$ pour x variable. On peut y voir les valeurs y_2 et trouver y_1 en comparant l'aire limitée par $x = 4,5$ à celles limitées par les autres courbes.

Il n'a pas été fait d'exploration dans la couche limite développée le long de la paroi.

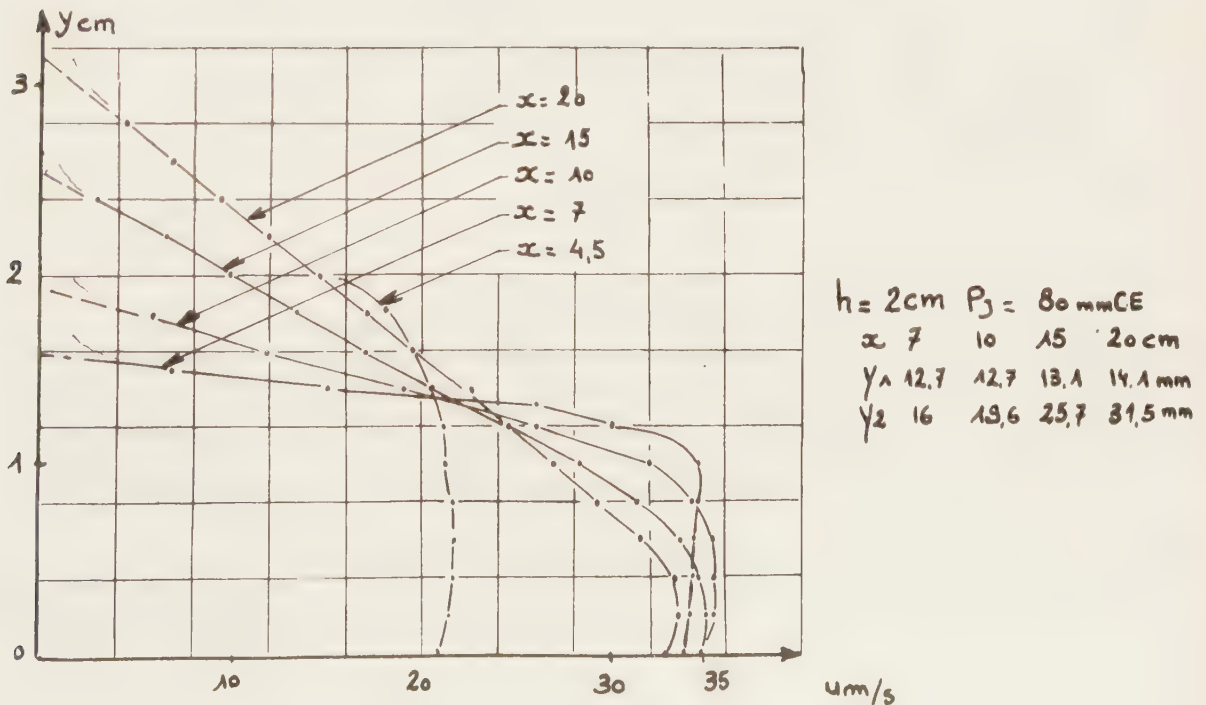


Fig: 5.13

On remarque que la vitesse n'est pas uniforme dans la section $x = 4,5$ où de plus les vecteurs ne sont pas parallèles au sol ce qui différencie ce jet du cas étudié par ABRAMOVITCH (2).

Des courbes similaires ont été obtenues pour les autres valeurs de h . Nous avons opéré une réduction des coordonnées en utilisant les rapports y/t et u/V_0 où $V_0 = \sqrt{2p_J/\rho}$.

La figure 5.14 montre que la dimension t ne constitue pas l'élément de référence permettant de rapprocher les profils. Pour les faibles valeurs de h/t le jet est conditionné par la grandeur de l'orifice latéral h et non par la largeur du conduit t .

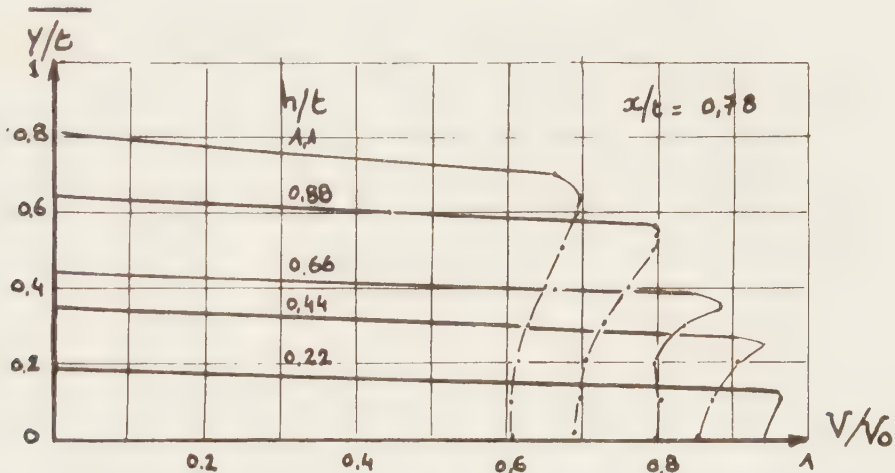


Fig: 5. 14

De meilleurs résultats ont été obtenus en opérant des réductions avec h comme dimension de référence et en comparant les profils à des distances x/h de même valeur. La correspondance est satisfaisante pour les hauteurs 2, 4 et 6 cm mais les divergences commencent à se manifester pour 8 et surtout pour 10 cm. Nous avons représenté figure 5.15 l'évolution de ce profil réduit $u/V_0 = f(y/h)$ pour diverses valeurs du rapport x/h .

Par contre il ne nous a pas été possible d'aboutir à un profil universel indépendant de la distance réduite x/h comme on peut le faire avec un jet ayant au départ une distribution uniforme de la vitesse.

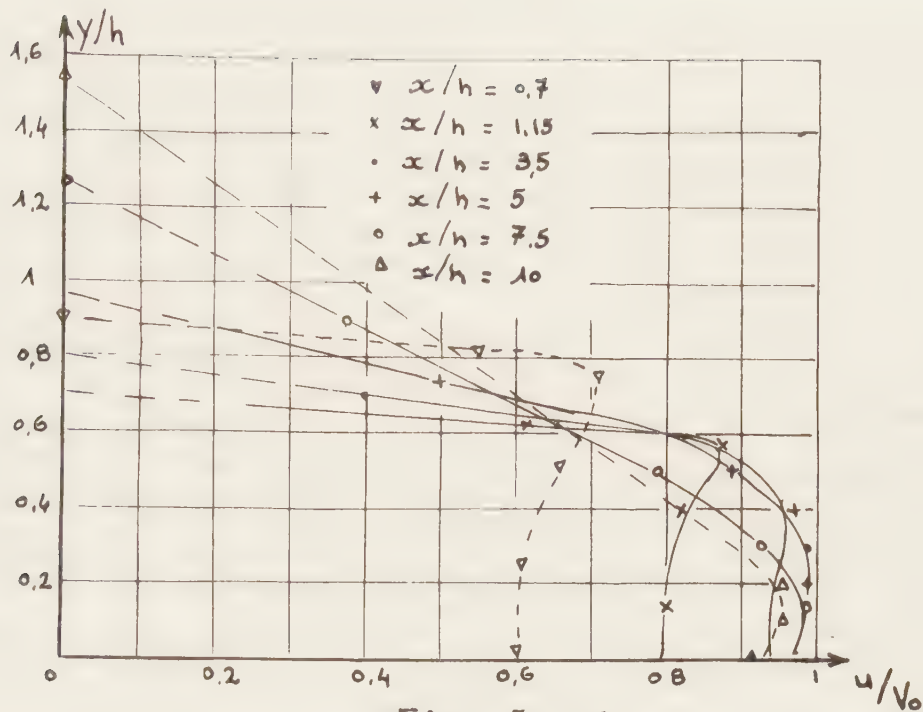


Fig: 5. 15

5.53 Frontières du jet

La figure 5.16 donne pour les divers cas les frontières telles que nous les avons définies. On remarque l'élargissement du jet (frontière y_2 , courbe en trait plein) résultant de l'entraînement latéral, l'angle formé avec la paroi étant relativement constant et d'après nos mesures de l'ordre de 7 à 9 degrés. Une valeur similaire est citée dans la référence 2.

La frontière de conservation du débit est sensiblement parallèle à la paroi dans la zone initiale puis s'en éloigne lorsque commence le ralentissement du fluide et l'épaississement de la couche limite le long de la paroi déviatrice.

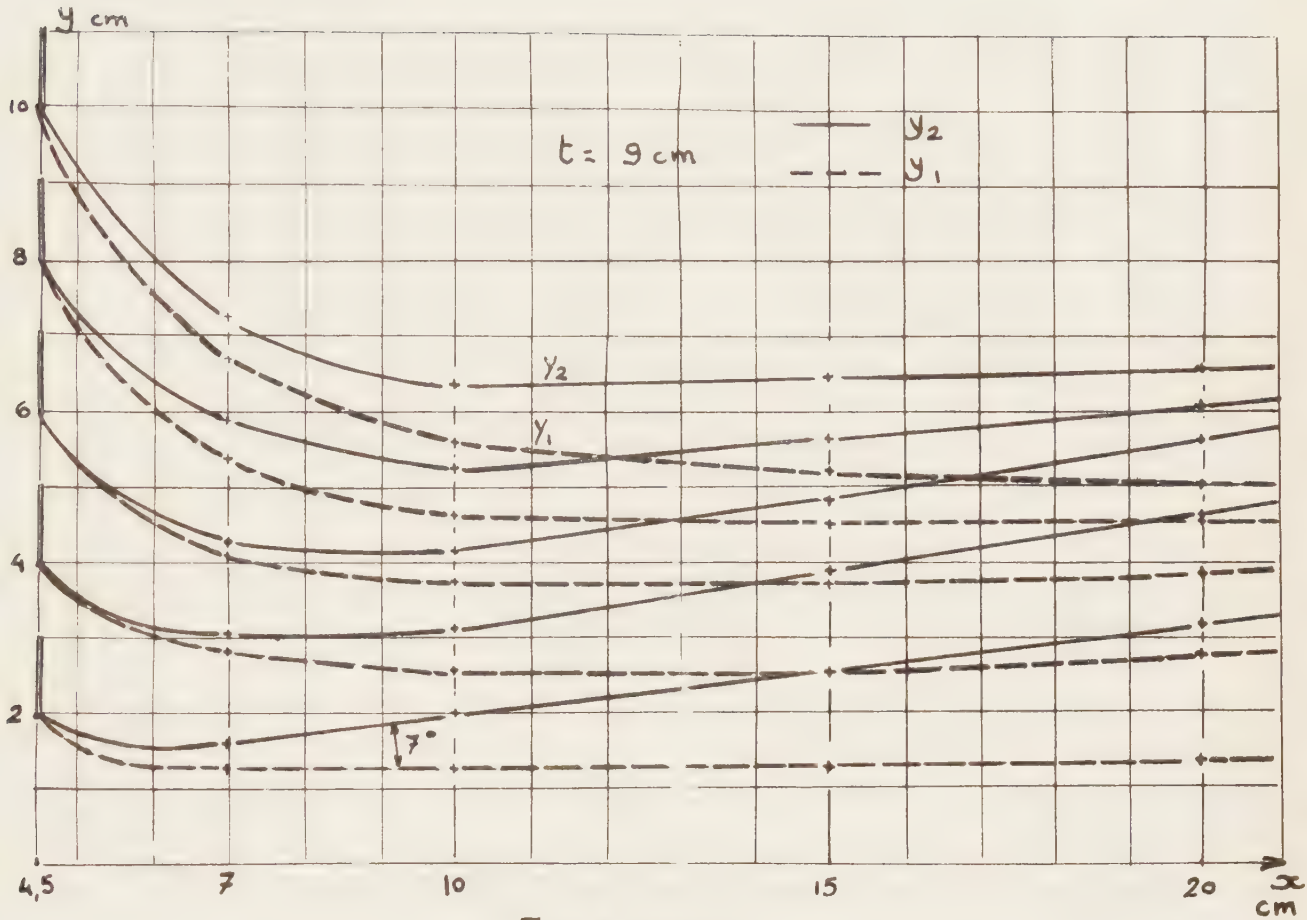


Fig : 5-16

Ces tracés peuvent être réduits en prenant h comme grandeur de référence. Les courbes réduites (fig. 5.17) se superposent très correctement pour les faibles hauteurs h à condition de prendre comme abscisse réduite x'/h où x' est la distance de la section droite étudiée, au plan de la paroi extérieure du conduit, ($x' = x - \frac{1}{2} t$).

Pour des valeurs plus grandes du rapport h/t , nous constatons une diminution du rapport y_1/h caractéristique de la frontière théorique et comparable à un coefficient de contraction. Pour $h/t = 1,1$ sa valeur n'est plus que 0,52.

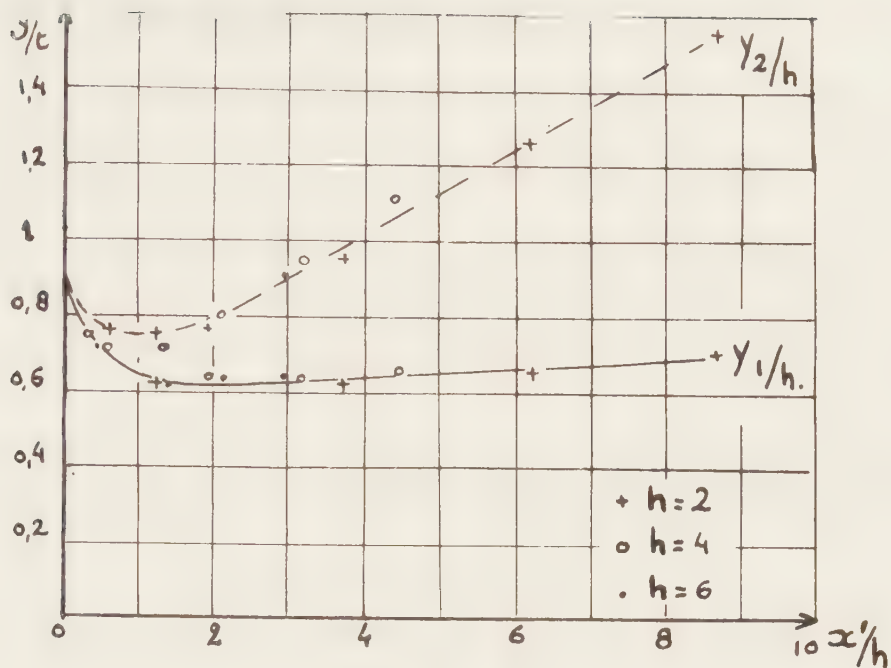


Fig:5.17

5.6 Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques

5.61 Etude analogique avec papier Télédeltos

5.611 Données (fig.5.18)

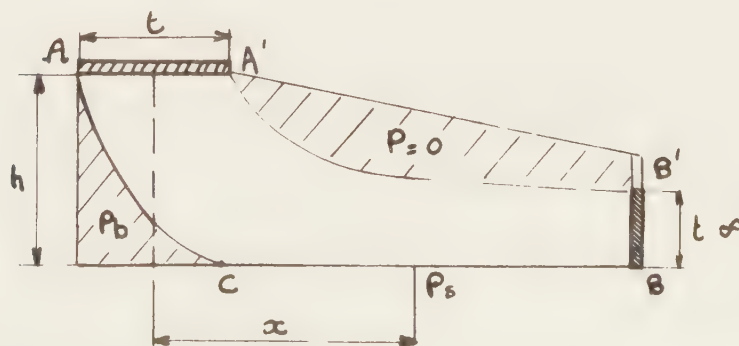


Fig:5.18

Le montage expérimental décrit au paragraphe 4.532 reste inchangé. Les hypothèses sont modifiées pour faire apparaître p_b .

AA' est une équipotentielle, c'est à dire que l'on admet que les vecteurs vitesses sont normaux à la section de sortie.

BB' est une équipotentielle.

A'B' est une frontière équigradient ce qui correspond à une vitesse et une pression constante égale à la pression ambiante.

AC est aussi une frontière équigradient correspondant à la pression sous la base.

Le découpage est fait alternativement dans les deux zones hachurées pour aboutir à la détermination expérimentale des frontières A'B' et AC. Nous notons t_∞ la hauteur restante sur la frontière BB'.

5.612 Résultats expérimentaux

La photographie annexée donne l'aspect des profils déterminés pour diverses valeurs du rapport h/t .

L'exploitation de ces profils permet d'évaluer le rapport vitesse locale V sur vitesse théorique V_0 à la frontière extérieure dans la section de sortie. Nous déduisons de la vitesse à la frontière AC la pression sous la base.

La valeur des vitesses locales au sol donne la pression p_s que nous comparerons aux mesures directes.

Nous notons également le rapport t_∞ / h . Les valeurs numériques figurent dans le tableau annexe 11.

5.62 Courbes de vitesses dans la section de sortie

Au chapitre 2, nous avons établi plusieurs relations permettant le calcul du rapport V/V_0 dans la section de sortie. Rappelons les relations

$$V/V_0 = e^{-\frac{(t-y)}{r}} \quad \S 2.1123$$

$$V/V_0 = \frac{r_b - t}{r} \quad \S 2.1124$$

La théorie de STRAND par transformation conforme donne également une courbe de répartition de vitesse et nos mesures directes ou par analogie ont permis la même étude. La figure 5.19 permet la comparaison des résul-

tats expérimentaux et théoriques appliqués au cas où $h/t = 2$ et pour un conduit normal à la paroi ($r_b = h$).

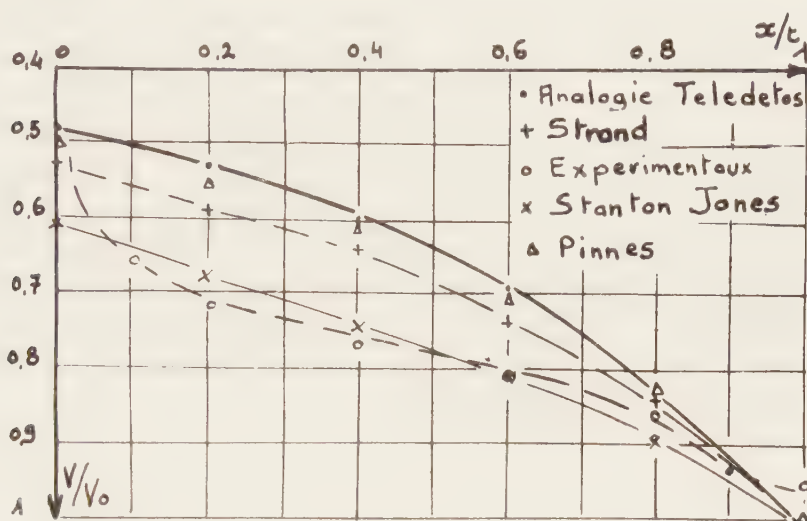


Fig: 5.19

Nous trouvons ici encore que la théorie exponentielle de STANTON conduit à la meilleure représentation de l'écoulement réel et que les résultats obtenus par des méthodes beaucoup plus élaborées mais sur des hypothèses incertaines traduisent moins bien le phénomène réel tout en fournissant l'allure générale et l'ordre de grandeur.

5.63 Pression sous la base

Nous avons déjà signalé au § 5.23 les écarts entre les mesures et les résultats théoriques.

5.64 Pression au sol : $p_g/p_J = f(x/t, h/t)$

Nous pouvons comparer ici nos mesures directes et nos résultats analogiques et ceci pour les valeurs étudiées $h/t = 1$ et $h/t = 2$. Une différence fondamentale résulte de ce que par analogie la pression sous la base est uniforme et atteinte par valeurs toujours croissantes. L'expérience montre l'existence au sol d'un point où la pression passe par un maximum avant de redescendre à la valeur de p_b .

Par contre comme déjà vu pour le jet droit, la figure 5.20 montre que dans le domaine étudié la pression au sol dans la partie utile du diagramme (frontière CB) est convenablement représentée par la méthode analogique.

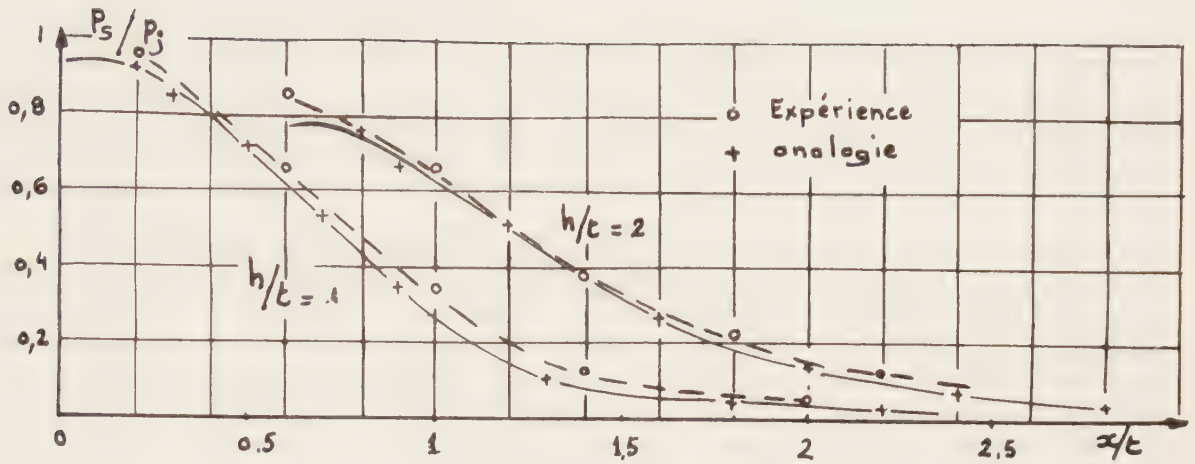


Fig : 5.20

5.65 Frontière du jet

Les recoupements sont peu nombreux et tous les résultats obtenus ont un caractère théorique ou conventionnel. La frontière y_1 que nous avons définie comme permettant de conserver le fluide primaire donne un rapport de contraction y_1/h voisin de 0,63 pour h/t faible (inférieur à 0,6). y_1/h diminue ensuite quand h/t augmente et ne vaut plus que 0,52 pour $h/t = 1,1$. Le jet étant complètement dévié quand cette valeur est atteinte, elle serait constante si l'épaississement de la couche-limite à la paroi n'entraînait pas l'augmentation de y_1 .

Nous pouvons donc la comparer aux résultats obtenus avec papier Télédeltos qui montrent que pour h/t variant entre 1 et 2, le rapport t_∞/h (figure 5.18) varie de 0,48 à 0,39. Selon STRAND ce même rapport varie de 0,2 à 0,5 quand h/t varie de 5 à 0,6. Ces divers résultats restent concordants avec cependant des valeurs plus faibles pour ceux obtenus par transformation conforme.

6. CONCLUSIONS

Ce travail met en évidence toute la complexité du phénomène apparemment simple qui correspond à l'épanouissement d'un jet fluide qui heurte une paroi.

L'étude d'un jet débouchant dans un milieu homogène de même nature au repos ou en mouvement uniforme de même direction a pu faire l'objet d'études théoriques. Elles conduisent essentiellement à établir l'existence d'un profil unique des vitesses réduites et à donner la loi de variation de la vitesse maximale avec la distance. L'étude d'un jet soumis à des pressions différentes sur ses frontières extérieures n'a pas, à notre connaissance, été traitée.

La présence d'une paroi déflectrice complique considérablement la configuration de l'écoulement par la création d'une zone de ralentissement en avant de l'obstacle avec changement de direction des filets fluides. La distance à la paroi de l'orifice de sortie du jet est un paramètre prépondérant; de lui dépend la distribution des vitesses au moment où l'obstacle est abordé. Les études théoriques présentées ici font des hypothèses simplificatrices concernant les conditions initiales et surtout la forme des lignes de courant. Il n'est pas possible dans l'état actuel de nos connaissances de traiter ce cas complexe à multiples paramètres par la seule méthode mathématique.

Les nombreuses mesures que nous avons effectuées pour rechercher la configuration de jets déviés sont consignées dans les tableaux annexes. Ces résultats expérimentaux, ainsi que les lois graphiques et les formes analytiques que nous en avons déduites peuvent donner un fil conducteur dans la recherche d'une théorie des jets turbulents déviés par une paroi et fournir éventuellement de nombreuses confirmations numériques.

Notre travail a permis de voir que les règles de similitude suggérées par l'analyse dimensionnelle étaient applicables dans le large domaine de dimensions géométriques et de pression que nous avons exploré. Ceci permet donc sur un montage donné de généraliser les résultats. Nous avons cependant signalé à plusieurs reprises des limites à ces possibilités de généralisation.

Le paramètre principal de nos mesures a été le rapport h/t . L'étude du jet droit nous a montré l'existence de plusieurs régimes d'écoulement. Pour les valeurs du rapport h/t supérieures à 2, le jet se comporte dans sa partie initiale comme un jet libre avec mélange au fluide ambiant sur les frontières extérieures et disparition progressive du noyau potentiel. Si la hauteur h est supérieure à $5t$, le noyau potentiel n'atteint pas la paroi, par contre si $h < 5t$ on trouve à la paroi un point d'arrêt où règne la pression totale du jet. Dans l'un et l'autre cas la configuration en jet libre est maintenue jusqu'à une distance de la paroi voisine de $2t$, où commence la mise en pression. Si $h < 2t$ la détente n'est plus totale et le fluide se recomprime dès la sortie du conduit. Nous avons particulièrement étudié la zone qui avoisine le point d'arrêt où se produit le ralentissement du fluide, son changement de direction et sa remise en vitesse parallèlement à la paroi.

La loi de variation de la pression au sol évolue avec h/t mais nous avons constaté que dans l'intervalle $2 < h/t < 5$ le profil variait peu et

correspondait à l'expression analytique

$$p_s/p_J = e^{- (0,93 x/t)^2}$$

Pour $h/t > 5$ le profil s'aplatit mais une nouvelle réduction utilisant comme valeurs de références les coordonnées du point graphique où figure la moitié de la pression maximale, nous a donné un profil réduit unique valable dans un très large domaine.

En avant de la paroi et à ordonnée constante, les profils de pression ont été tracés et nous avons pu donner une forme analytique valable dans le même intervalle que précédemment.

Nos mesures de vitesses tant dans la section de sortie que dans diverses sections perpendiculaires à la paroi déviatrice nous ont montré des lois de variations non susceptibles d'être représentées par une expression mathématique unique. Nous en fournissons le tracé graphique.

Le cas du jet dévié par une pression latérale s'est montré plus difficile à étudier. Le régime n'est permanent qu'en moyenne du fait d'un entraînement plus ou moins périodique sous la base. Nous avons procédé aux mêmes études que dans le cas du jet droit établissant d'abord que les règles de similitude restaient applicables. La pression au sol montre un maximum correspondant à une ligne de partage de l'écoulement entre l'intérieur et l'extérieur. La valeur comme la position de ce maximum varient avec h/t suivant des lois que nous avons représentées graphiquement mais qui pourraient être linéarisées en première approximation. La pression sous la base qui joue un rôle prépondérant dans les machines à effet de sol a été mesurée pour une large bande de valeurs h/t . Nous avons obtenu pour cette loi de variation, l'expression

$$p_b/p_J = 0,96 e^{-2 \frac{t}{h}}$$

Dans la section de sortie, pour tous les rapports $h/t \leq 5$ les vecteurs vitesses n'ont ni le même module, ni la même direction et ce n'est qu'assez loin dans le conduit d'amenée que s'uniformise l'écoulement. Ces conditions initiales mal définies justifient que la variation des grandeurs étudiées ne puisse apparaître que sous forme de tableaux ou de graphiques.

La comparaison de ces résultats expérimentaux aux valeurs fournies par les théories citées et par l'étude d'un écoulement à potentiel de vitesse traitée par analogie rhéoelectrique nous a permis de constater parfois des concordances satisfaisantes. Nos mesures sont fréquemment voisines des valeurs déduites de la théorie dite exponentielle de STANTON-JONES, laquelle a servi de base aux réalisations dans le domaine des machines à effet de sol des divers Hovercraft de la Société Saunders Roe.

Notons à propos de ces machines que nous signalons (§ 5.22) le défaut de jets minces pour assurer l'alimentation de la cavité sous la base et le maintien d'une pression p_b élevée. La présence de " jupes " souples périphériques qui permettent d'absorber les irrégularités du sol donnent à une coupe verticale l'aspect de notre montage. Nous avons signalé (§ 5.124) l'intérêt de cette augmentation de la hauteur sous la base pour réduire la formation de tourbillons internes générateurs d'une baisse locale de pression.

L'étude faite a été volontairement limitée à la description du jet par les paramètres continus de pression et vitesse. Maintenant que l'on a une connaissance de la configuration macroscopique, il serait intéressant de prévoir des extensions vers l'étude de l'aspect statistique des grandeurs aérodynamiques par des mesures de fluctuations de la vitesse à l'anémomètre à fil chaud.

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 1₁

Jet droit

$$p_g/p_J = f(x, t, h/t)$$

t, x, h en cm

$p_J = 100$ mm CE

q mm CE

t = 1	h	30	26	22	18	14	10	8	6	4	2	1
h/t	h/t	30	26	22	18	14	10	8	6	4	2	1
q	q	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	2
x	x/t	25	29	37	45	59	77	90	98	100	100	100
1	1	23	26	31	38	43	50	48	45	44	44	31
2	2	20	21	22	22	21	13	9,5	6	5	3	-1
3	3	15	14	13	10,5	7	3,5	2,5	2	1	0	-1
4	4	10	8,5	6,5	4,5	3	2	1,5	1			-1
5	5	6,5	4,5	3,5	1,5	1	1	0				0

t = 2	h	30	26	22	18	14	10	8	6	4	2	1
h/t	h/t	15	13	11	9	7	5	4	3	2	1	1/2
q [⊕]	q [⊕]	12	12	12	12	12	12	12	11	11	10	6
x	x/t	53	62	70	84	90	99	100	100	100	100	100
0	0	53	62	70	84	90	99	100	100	100	100	100
1	0,5	48	58	63	70	81	84	86	83	86	82	71
2	1	40	45	47	49	48	45	43	42	42	30	9
3	1,5	30	33	28	23	22	15	14	12	12	6	0
4	2	22	23	16	11	8	5	4	3,5	3	1	-1
6	3	8	7	4,5	3	2	2					0

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 1₂

Jet droit

$$p_s/p_J = f(x/t, h/t)$$

$p_J = 100 \text{ mm CE}$

t = 3	h	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	1,5
	h/t	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	1/2
	q	22	22	22	22	22	22	22	21	21	17	10
x 0	x/t 0	78	82	88	92	97	99	100	100	100	100	100
1	0,33	73	76	82	85	89	91	93	92	92	91	90
2	0,67	62	66	68	69	70	71	73	72	71	62	48
3	1	50	48	47	46	45	44	43	43	41	27	11
4	1,33	36	31	30	26	24	22	19,5	19	18	8	2
5	1,66	22	20	17	15	13	10	8,5	8	7	3	1
6	2	13	12	9	7	6	6	4	4	4		
7	2,33	9	7	5	4	3,5	3	3	2,5	3		
8	2,66	6	4	3,5	3	2,5	2,5	2,5				
9	3	4	3	3	2,5	2	2					

t = 4	h	32	28	24	20	16	12	8	4	2	1
	h/t	8	7	6	5	4	3	2	1	1/2	1/4
	q	39	39	39	39	39	39	39	30	16	6
x 0	x/t 0	85	90	94	96	98	100	100	100	100	100
1	0,25	80	86	90	93	93	95	96	96	94	94
2	0,5	73	77	80	81	83	83	84	80	84	87
3	0,75	60	60	62	65	64	64	65	55	49	19
4	1	48	45	46	45	45	42	42	30	9	-1
5	1,25	35	32	30	28	26	24	24	13,5	1	1
6	1,50	24	21	18	16	15	12,5	12	6,5		
7	1,75	17	13	12	9	7	6,5	5	3,5		
8	2	12	9	8,5	6	5	4	4	2,5		
9	2,25	8	6	5	4	3	2,5	3	2		
10	2,50	6	5	4	3	2,5	2	2			
11	2,75	4	3	3	2	2					

RESULTATS EXPERIMENTAUX

$$p_s/p_j = f(x/t, h/t)$$

Annexe 13

Jet droit

$p_j = 100 \text{ mm CE}$

$t = 5$	h	35	30	25	20	15	10	5	2,5	1
	h/t	7	6	5	4	3	2	1	1/2	1/5
	q	60	60	60	60	60	60	46	24	9
x	x/t									
0	0	90	95	96	98	100	100	100	100	100
1	0,2	86	91	94	96	97	97	96	96	96
2	0,4	79	83	88	88	89	90	87	82	82
3	0,6	70	73	75	76	76	77	71	56	25
4	0,8	58	59	60	61	59	59	49	25	
5	1	45	45	45	42	41	40	30	9,5	
6	1,2	33	30	29	29	26	23	16,5	4	
7	1,4	23	21	20	18	16	15	8,5		
8	1,6	17	13	12	10	9	8,5	5		
9	1,8	11	9	7	6	5	4	3		
10	2	8	5	5	4	3,5	3	2		
11	2,2	5	4	3	3					

$t = 6$

h	36	30	24	18	12	6	3	1,5
h/t	6	5	4	3	2	1	1/2	1/5
q	87	87	87	86	86	65	34	11
x/t								
0	95	96	97	98	99	100	100	100
0,16	92	94	95	96	97	97	98	98
0,33	86	89	91	91	91	91	89	91
0,50	80	81	82	83	83	80	70	59
0,67	68	69	72	72	71	63	47	15
0,83	57	56	57	57	57	46	25	2
1	45	44	44	42	41	30	12	
1,16	33	32	31	30	29	17	6	
1,33	24	23	21	19	18	10	3	
1,5	18	16	14	13	11	6		
1,66	12	10	8,5	8	7	4		
1,83	8,5	7	5,5	5	4,5	3		
2	6	5	4	3	3			
2,16	5	3	2,5	2				

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 1
4

Jet droit

$$p/p_J = f(x/t, h/t)$$

$$p_J = 100 \text{ mm CE}$$

$$t = 7$$

h	35	28	21	14	7	35	1,4	1
h/t	5	4	3	2	1	1/2	1/5	1/7
q	114	114	114	110	77	30	12	8
x/t								
0	94	95	97	99	100	100	100	100
0,14	93	94	95	96	97	99	99	99
0,28	90	91	92	92	92	93	93	95
0,43	85	85	85	87	83	81	81	83
0,57	75	75	77	80	71	56	40	36
0,71	64	66	66	67	56	32	11	5
0,85	54	54	54	55	39	25	3	1
1	45	42	40	41	27	7	1	
1,14	33	31	29	29	16,5	3		
1,27	25	22	20	21	10	2		
1,43	18	15	13	13	5,5			
1,57	12	10	9	9	4			
1,71	9	7	6	6	3			
1,85	7	5	4,5	4	2 ⁵			
2	5	4	3	3				

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Jet droit

Réduction $\alpha/\alpha_{\frac{1}{2}} = f(\beta/\beta_{\frac{1}{2}})$

Annexe 2₁

<u>$h/t = 1/5$</u>		α	90	80	70	60	50	40	30	20	10	5
$\alpha_0 = 100$	$\beta\%$		33	42	47	51	54	57	60	63	69	
$\alpha_{\frac{1}{2}} = 50$	$\alpha/\alpha_{\frac{1}{2}}$		1,8	1,6	1,4	1,2	1	0,8	0,6	0,4	0,2	
$\beta_{\frac{1}{2}} = 54$	$\beta/\beta_{\frac{1}{2}}$		0,61	0,77	0,87	0,94	1	1,03	1,11	1,16	1,28	
<u>$h/t = 1$</u>												
$\alpha_0 = 100$	$\beta\%$		34	49	60	70	79	86	97	108	128	155
$\alpha_{\frac{1}{2}} = 50$	$\alpha/\alpha_{\frac{1}{2}}$		1,8	1,6	1,4	1,2	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1
$\beta_{\frac{1}{2}} = 79$	$\beta/\beta_{\frac{1}{2}}$		43	62	78	88	1	1,09	1,24	1,37	1,62	1,96
<u>$h/t = 3$</u>												
$\alpha_0 = 100$	$\beta\%$		37	54	68	79	90	102	114	129	156	180
$\alpha_{\frac{1}{2}} = 50$	$\alpha/\alpha_{\frac{1}{2}}$		1,8	1,6	1,4	1,2	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1
$\beta_{\frac{1}{2}} = 90$	$\beta/\beta_{\frac{1}{2}}$		41	60	75	88	1	1,13	1,27	1,43	1,72	2
<u>$h/t = 5$</u>												
$\alpha_0 = 90$	$\beta\%$		35	53	68	79	92	104	119	140	167	2
$\alpha_{\frac{1}{2}} = 49$	$\alpha/\alpha_{\frac{1}{2}}$		1,84	1,64	1,43	1,22	1,02	0,82	0,61	0,41	0,20	0,10
$\beta_{\frac{1}{2}} = 94$	$\beta/\beta_{\frac{1}{2}}$		37	56	72	84	98	1,11	1,27	1,49	1,77	2,12
<u>$h/t = 7$</u>												
$\alpha_0 = 90$	$\beta\%$		0	42	61	77	91	108	128	147	185	220
$\alpha_{\frac{1}{2}} = 45$	$\alpha/\alpha_{\frac{1}{2}}$		2	1,78	1,56	1,33	1,11	89	67	44	22	12
$\beta_{\frac{1}{2}} = 100$	$\beta/\beta_{\frac{1}{2}}$		0	42	61	77	91	1,08	1,28	1,47	1,85	2,2
<u>$h/t = 8$</u>												
$\alpha_0 = 88$	$\beta\%$			37	58	76	93	112	133	157	200	235
$\alpha_{\frac{1}{2}} = 44$	$\alpha/\alpha_{\frac{1}{2}}$			1,82	1,59	1,36	1,13	91	68	45	22	11
$\beta_{\frac{1}{2}} = 105$	$\beta/\beta_{\frac{1}{2}}$			35	65	72	88	1,07	1,27	1,49	1,90	2,24
<u>$h/t = 10$</u>												
$\alpha_0 = 78$	$\beta\%$				48	77	100	123	145	172	225	
$\alpha_{\frac{1}{2}} = 39$	$\alpha/\alpha_{\frac{1}{2}}$				1,80	1,54	1,28	1,02	77	51	25	
$\beta_{\frac{1}{2}} = 125$	$\beta/\beta_{\frac{1}{2}}$				38	61	80	99	1,16	1,38	1,80	
<u>$h/t = 12$</u>												
$\alpha_0 = 66$	$\beta\%$					49	88	124	153	186	250	
$\alpha_{\frac{1}{2}} = 33$	$\alpha/\alpha_{\frac{1}{2}}$					81	1,51	1,21	91	60	30	
$\beta_{\frac{1}{2}} = 141$	$\beta/\beta_{\frac{1}{2}}$					35	62	88	1,08	1,32	1,78	
<u>$h/t = 14$</u>												
$\alpha_0 = 58$	$\beta\%$						63	103	147	196		
$\alpha_{\frac{1}{2}} = 29$	$\alpha/\alpha_{\frac{1}{2}}$						1,72	1,38	1,03	69		
$\beta_{\frac{1}{2}} = 152$	$\beta/\beta_{\frac{1}{2}}$						41	68	97	1,29		

RESULTATS EXPERIMENTAUX

$$P_o/P_j = \rho (y/t)$$

Annexe 3₁

Jet droit

t, h, y, en cm.

y				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	h	h/t	y/t	0	0,14	0,28	0,43	0,57	0,72	0,86	1	1,14	1,28	1,43
	7	1		98	93	87	75	59	47	40	33	30	29	29
	14	2		97	92	85	73	63	47	27	18	13	9	5
7	21	3		96	90	81	68	53	37	23	15	11	8	5
	28	4		95	88	79	66	50	34	22	15	12	8	6
	35	5		92	86	78	65	50	43	21	14	10	8	6

y/t				0	0,11	0,33	0,5	0,67	0,83	1	1,17	1,33	1,5	1,67
	6	1		98	93	85	71	59	42	34	32	30	30	30
	12	2		96	92	85	73	57	41	28	20	13	9	5
6	18	3		95	92	84	72	57	40	26	17	11	9	5
	24	4		95	89	82	70	54	37	24	16	12	10	6
	30	5		94	87	71	60	44	30	22	16	12	9	5
	36	6		90	82	70	55	43	30	20	15	11	8	5

y/t				0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
	5	1		99	95	81	72	48	30	30	30			
	10	2		98	94	82	69	47	28	20	14	8	4	-1
	15	3		97	93	82	66	46	27	17	13	7	4	1
5	20	4		96	92	81	65	44	27	16	14	8	3	2
	25	5		95	87	75	61	42	26	16	13	9	4	1
	30	6		92	87	66	59	43	25	17	17	9	5	3
	35	7		85	73	65	53	38	27	15	12	8	4	2

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 3₂

Jet droit

$$P_o/P_j = \rho (y/t)$$

y				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	h	h/t	y/t	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
	4	1		99	92	79	51	39	27	27	27	28		
	8	2		99	93	77	51	28	19	15	10	3	0	
4	12	3		98	92	78	50	30	20	15	9	5	-1	
	16	4		97	87	71	50	24	18	14	8	3	0	
	20	5		95	83	69	49	20	17	13	7	2	1	
	24	6		91	77	62	48	18	17	12	6	2	0	
	28	7		85	72	60	43	17	16	11	5	1	0	

y/t				0	0,33	0,66	1	1,33	1,66	2	2,33	2,66
	3	1		100	92	59	31	29	29			
	6	2		100	86	57	28	12	5	5	5	
	9	3		100	84	56	21	12	6	2	1	
3	12	4		98	82	54	20	12	6	4	0	
	15	5		97	81	50	20	12	8	5	3	
	18	6		96	71	50	20	15	7	5	2	
	21	7		83	57	42	20	15	6	2		

y/t				0	0,5	1	1,5	2	2,5
	2	1		100	74	34	30	30	30
	4	2		100	72	31	8	5	5
2	6	3		100	62	23	7	4	2
	8	4		99	58	18	6	4	2
	10	5		98	55	17	3	1	0
	12	6		97	43	17	2	1	-1
	14	7		95	42	16	2	0	-1

Annexe 4

$$P/P_j = (x/t \quad Y/t)$$

x, y en cm.

[illegible]

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 5

Jet droit

$t = 4 \text{ cm}$ $p_J = 30 \text{ mm CE}$ $V_0 = 22 \text{ ms}$

mm x %	0	2	4	6	8	10	12,1	14	16	18	20	22	24	26
x/t	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
V	4,4	4,5	5	5,5	6	6,7	8,5	9,7	13,5	16,7	0,7	1,2	1,8	2
V/V ₀ %	18	20	23	25	27	30	39	45	61	76	3	5	8	9
p/p _J %	97	96	95	94	93	90	85	80	63	42				
V	8,5	9	9,7	10,3	11,5	12,7	14,3	16,5	19	20	0,7	1	1,2	
V/V ₀	39	41	44	47	52	58	65	75	86	91	3	4,5	5,5	
p/p _J %	85	83	80	78	73	67	58	44	26	11				
V	16,7	17	17,1	17,5	18	18	18,3	19,3	20	20	0,7	1,2	1,5	
V/V ₀	76	77	78	79	81	81	83	87	91	91	3	5	6	
p/p _J %	42	41	39	37	34	34	31	24	17	17				
V	22	22	22	22	22	22	22	22	21,5	18,5	0,6	1	1,2	
V/V ₀	1	1	1	1	1	1	1	1	95	83	3	4	5	
p/p _J %	0	0	0	0	0	0	0	0						

$h/t = 1,4$

$h/t = \frac{1}{2}$

$h/t = 1$

$h/t = 2 \text{ et } +$

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 6

Jet droit

Exploration de vitesses : $V/V_0 = F(x/t, y/t)$

t = 4cm

y, x, t en cm

mm	y	3	7	12	17	22	27	32	37	42
%	y/t	7,5	17	30	42	55	67	80	92	105
x = 0 x/t = 0	V V/V ₀	4,2 21	4,7 23	7,3 36	9,6 46	11,8 56	14 67	16,2 77	19 90	20,7 99
x = 4 x/t = 1	V V/V ₀	17,3 82	17,3 82	17,3 82	13,3 63	8 42	4,6 28	2,5 18	1,5 9	1,5 7
x = 8 x/t = 2	V V/V ₀	19 90	19 90	17,3 82	12,2 58	8,2 39	5,6 27	4,2 20	2 9,5	1,5 5,5
x = 12 x/t = 3	V V/V ₀	19 90	19 90	16,5 78	13,3 68	10 48	7,5 36	4,5 21	3 14,3	2 9,5
x = 16 x/t = 4	V V/V ₀	19 90	18 86	15,7 75	12,7 60	11 52	9 43	7 33	4,5 21	3,5 16,7

t = 5cm

mm	y	5	10	15	20	25	30	35	40	45
%	y/t	12,5	25	37,5	50	62,5	75	87,5	100	112
x = 0 x/t = 0	V V/V ₀	5,1 24	7,25 35	9,5 45	11,5 55	13,7 65	16,6 78	18 86	18,8 90	20 95
x = 4 x/t = 1	V V/V ₀	17,2 82	17 81	15 71	11,5 55	7,8 37	5,3 25	3,5 16,7	2 9,5	1,8 8,6
x = 8 x/t = 2	V V/V ₀	19,2 92	17,6 84	15 71	10 48	6,8 33	5,7 27	3 14,4	2 9,5	1,8 8,6
x = 12 x/t = 3	V V/V ₀	18,6 89	16,8 80	14 67	11,3 54	9 43	6,8 33	4,7 22	3 14,4	2,3 11
x = 16 x/t = 4	V V/V ₀	18,6 89	16,5 79	14 67	12,3 59	9,5 45	8,1 39	6,8 33	4,2 20	3,2 15,4

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 7

Jet droit

Analogie rhéologique : jet droit, symétrie axiale

Répartition de pression au sol : $p_s/p_J = f(x/t, h/t)$

h/t	x/t	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
0,5	p_s/p_J	100	0,96	0,83	0,55	0,27	0,10	0,07	0,05
1	p_s/p_J	0,99	0,96	0,86	0,68	0,48	0,33	0,20	0,12
2	p_s/p_J	0,99	0,97	0,89	0,77	0,57	0,42	0,21	0,11
4	p_s/p_J	0,99	0,97	0,88	0,73	0,56	0,39	0,20	0,15

Répartition de pression en avant du sol : cas où $h/t = 2$ p/p_J

y/t \ x/t	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,5
0,2	0,98	0,97	0,95	0,86	0,69	0,52	0,41	0,18	0,04
0,4	0,92	0,90	0,88	0,78	0,60	0,44	0,21	0,08	0,04
0,6	0,80	0,77	0,74	0,69	0,44	0,17	0,02		
0,8	0,65	0,66	0,61	0,49	0,27	0,01			
1	0,53	0,5	0,48	0,29	0,03				
1,2	0,42	0,39	0,31	0,23					
1,4	0,33	0,29	0,23	0,16					
1,8	0,20	0,15	0,12						
2	0,12								

Répartition de pression sur l'axe pour $h/t = 2$ p_0/p_J

y/t	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
p_0/p_J	0,98	0,92	0,80	0,65	0,53	0,42	0,33	0,21	0,20	0,12

Répartition de vitesse dans la section de sortie V_a/V_0

h/t \ x/t	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,5	0,34	0,35	0,40	0,48	0,66	1,00
1	0,58	0,60	0,63	0,70	0,82	1,00
2	0,86	0,87	0,90	0,91	0,92	0,99
4	0,88	0,90	0,90	0,92	0,93	0,95

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 8 1

-Jet avec pression latérale

$$p_s/p_J = f(x/t, h/t)$$

$$p_J = 100 \text{ mm CE}$$

h, x en cm

t = 7 cm			x	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
h/t	q	p _b	x/t	0,86	0,56	0,28	0	0,28	0,56	0,86	1,14	1,43	1,72	2	2,29	2,56	2,86	3,14	3,48
5	102	25	p _s /p _J	25	25	25	27	33	45	56	66	68	66	57	50	40	29	20	13
4	98	31		30	30	32	36	47	61	71	70	68	60	46	36	25	17	10	6
3	92	40		39	39	42	56	70	80	81	71	58	43	30	20	12	8	4	2
2	75	55		55	57	65	77	92	89	72	54	39	25	15	8	5	3	2	
1	52	78		79	84	97	97	87	69	45	24	12	6	3	2	1			
1/2	30	90		91	95	98	97	85	53	21	7	3	3	1					
1/5	9	88		89	95	99	100	91	35	3	1	0	0						

t = 6 cm			x	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
h/t	q	p _b	x/t	-1	0,66	0,33	0	0,33	0,66	1	1,33	1,66	2	2,33	2,66	3	3,33	3,66	4
6	77	22		21	21	22	24	28	31	50	60	68	66	55	45	36	25	18	11
5	75	27		26	26	27	30	37	43	64	73	68	60	49	37	25	15	10	6
4	73	33		32	32	33	39	54	62	76	77	63	50	35	21	14	8	5	3
3	65	42		42	42	44	55	75	83	82	67	51	33	20	11	7	4	2	1
2	55	59		60	60	62	78	90	89	65	45	28	16	8	5	3	1		
1	32	93		83	83	95	97	82	71	33	13	6	4	3	2	1			
1/2	15	93		93	95	100	100	81	62	10	4	2	1	0					
1/5	8	96		96	98	100	100	80	55	3	2	1	0						

RESULTATS EXPERIMENTAUX

- Jet avec pression latérale

$$p_s/p_J = f(x/t, h/t)$$

Annexe 8₂

$p_J = 100 \text{ mm CE}$

$t = 5 \text{ cm}$				x	-4	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
h/t	q	p_D	x/t		0,8	0,4	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2	2,4	2,8	3,2	3,6
7	54	20	p_s/p_J		20	20	21	22	29	39	52	58	59	54	40	31
6	53	24			24	24	24	28	35	46	57	64	57	48	35	23
5	52	28			27	27	29	35	49	62	69	64	52	35	21	13
4	51	34			33	34	36	47	65	73	66	52	36	22	10	7
3	48	44			44	44	50	67	78	72	55	35	21	10	6	3
2	42	59			59	61	75	88	75	53	30	15	8	4	2	1
1	23	83			83	91	97	82	50	23	9	4	2	1	0	
1/2	12	94			94	99	98	78	29	6	2	1	1			
1/5	5	95			96	100	99	66	7	1	1	0	0			

$t = 4 \text{ cm}$					-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
h/t	q	p_D	x/t												
9	38	15			14	14	16	19	26	35	44	53	42	31	22
8	38	17			16	16	18	22	30	41	50	55	35	27	17
7	37	19			18	19	21	25	36	46	55	55	33	21	12
6	37	23			22	23	25	33	46	56	60	53	25	15	9
5	36	28			27	27	31	40	56	64	59	46	17	9	6
4	35	34			33	34	40	56	67	66	50	30	9	6	3
3	34	44			44	44	56	75	75	56	38	17	5	3	2
2	28	59			59	63	78	83	63	34	18	7	2	0	
1	17	91			82	88	96	74	32	10	4	2	0		
1/2	10	93			91	97	96	61	10	2	1	0			

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 8₃

Jet avec pression latérale

$$p_s/p_J = f(x/t, h/t)$$

$$p_J = 100 \text{ mm CE}$$

t = 3 cm				x	-4	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
h/t	q	p _b	x/t		1,33	0,66	0	0,66	1,33	2	2,66	3,33	4	4,66	5,33	6
12	21	8	p _s /p _J		9	10	12	15	25	32	43	43	40	26	17	11
10	21	11			11	12	13	18	28	41	50	48	35	23	11	7
8	21	14			15	16	17	21	34	48	55	43	30	15	8	4
6	21	20			20	21	22	32	50	58	48	29	17	7	4	2
4	20	32			32	33	35	60	65	55	28	13	6	2	0	
2	16	56			56	57	72	79	46	15	5	3	2	0		
1	12	80			81	81	96	60	14	2	2	0				

t = 2 cm					-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
h/t	q	p _b	x/t		-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
12	10	9	p _s /p _J		8	8	10	15	31	41	38	23	12	5
10	10	11			10,5	11	12	18	37	48	38	19	8	3
8	10	16			16	16	17	23	46	52	28	12	5	2
6	10	22			22	22	23	36	59	44	16	6	3	1
4	9,5	33			32	32	35	60	55	20	6	3	1	
2	8	52			52	52	66	71	15	3	1	0		

t = 1 cm					-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
h/t	q	p _b	x/t		-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
12	4	8	p _s /p _J		7,5	8	9	10	15	20	26	33	39	40
10	4	10			10	10	11	13	17	24	33	42	46	44
8	4	14			14	14	15	18	22	34	45	51	48	38
6	4	20			20	20	21	26	37	52	58	55	40	26
4	4	29			28,5	30	31	49	66	69	55	32	17	8
2	3	46			46	48	73	95	73	35	14	5	2	1

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 9

Jet avec pression latérale

Annexe 9

p_b/p_J = valeurs expérimentales en fonction de h/t

p_b/p_J = valeurs calculées d'après les études théoriques ($\theta = 90^\circ$)

h/t	1/5	1/2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$t = 6 \text{ cm}$	96	93	83	59	42	33	27	22						
$t = 5$	95	93 ⁵	83	59	43	33	27	23	19					
$t = 4$	93	91	81	59	44	33	28	23	19	17	15	12		
$t = 3$		90	80	57	41	32	26	22	19	16	14	12	11	
$t = 2$		87	72	52	41	33	26	22	19	16	14	12	10	9
$t = 1$		71	62	46	36	28	24	20	17	14	12	11	10	8
$p_b/p_J = 2X$	$p_b/p_J > 100$		100	66	50	40	33	28	25	22	20	18	17	
$p_b/p_J = \frac{2X}{1+X}$			100	67	50	40	33	28	24	22	20	18	16	15
$p_b/p_J = X(2-X)$			100	75	55	44	36	30	26	23	21	19	17	16
$p_b/p_J = 1 - e^{-2X}$	99	98	86	63	48	40	33	28	22	20	18	17	15	

Annexe 10₁

Distribution de vitesses
t = 5cm P_J = 100mmCE

	x/t	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$h/t=1/2$	P_a	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	95	91
	P_f	34	57	76	86	90	92	93	93	92	90	87	91
	α°	15	17	19	19	16	16	15	11	6	4,5	11	0
	V	32	26	20	15	12	11	10	10	11	12	11	0
	V/V_0	81	65	49	38	31	28	26	26	28	31	18	0
$h/t=1$	P_a	100	100	100	100	100	100	100	100	99	98	84	81
	P_f	13	40	57	62	67	71	76	78	79	80	81	81
	α°	4	12	17	17	17	17	13	13	9	6	-8	0
	V	38	31	26	24	23	21	20	19	18	17	8	0
	$V/V+h$	93	77	65	60	57	54	51	49	45	43	20	0
$h/t=2$	P_a	100	100	100	100	100	100	100	100	99	96	61	58
	P_f	9	17	25	30	34	38	42	45	48	50	58	58
	α°	2	5	6	8	8	8	8	8	7	3	-8	0
	V	38	36	35	33	32	31	30	30	28	27	7	0
	$V/V+h$	95	90	86	83	81	78	76	74	71	67	17	0
$h/t=3$	P_a	100	100	100	100	100	100	100	99	98	96	41	41
	P_f	2	12	16	18	20	22	26	29	30	32	39	41
	α°	4	4	4	4	4	4	4	4	2	2	0	
	V	40	38	37	36	36	35	34	34	33	32	6	0
	$V/V+h$	100	94	91	90	89	88	85	83	82	80	14	0

Jet avec pression latérale

Distribution de vitesses $t = 5 \text{ cm}$

	x/t	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
h/t = 4	Pa	100	100	100	100	100	100	100	99	99	96	33	33
	Pf	7	8	11	12	16	16	17	18	19	22	28	33
	α°	3	3	4	4	4	4	3	3	3	2	--	--
	V	39	39	38	38	37	37	36	36	36	35	9	0
	V/V+h	97	96	94	93	91	91	91	90	90	86	22	0
h/t = 5	Pa	100	100	100	100	100	100	99	99	99	95	26	26
	Pf	2	6	8	9	9	10	10	10	12	17	25	26
	α°	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	0
	V	40	39	39	38	38	38	38	38	37	35	4	0
	V/V+h	99	97	96	95	95	95	94	94	93	88	10	0 _v
h/t = 6	Pa	100	100	100	100	100	100	99	99	98	96	21	20
	Pf	0	4	5	5	6	7	7	8	9	12	19	21
	α°	1	2	2	2	3	2	2	2	2	1	0	
	V	40	39	39	39	39	39	39	38	38	37	5	0
	V/V+h	100	97	97	97	96	96	96	95	94	92	14	0

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 10₃

Jet avec pression latérale

Distribution de vitesses $t=4\text{cm}$

x/t	0,5	0,37	0,25	0,12	0	0,12	0,25	0,37	0,5	0,62
P_a	100	100	100	100	100	100	100	100	97	91
P_f	32	60	82	88	91	92	92	91	87	91
$h/t = \frac{1}{2} \alpha^\circ$	20	20	20	18	14	10	2	0	9	
V	33	25	17	14	12	11	11	12	13	0
$V/V+h$	82	63	42	35	30	28	28	30	37	0
P_a	100	100	100	100	100	100	100	100	85	81
P_f	11	47	59	66	70	74	76	77	79	81
$h/t = 1 \alpha^\circ$	10	12	16	16	17	15	14	8	-6	
V	38	29	26	23	22	21	20	19	9	0
$V/V+h$	95	73	64	58	55	51	49	48	24	0
P_a	100	100	100	100	100	100	100	99	72	59
P_f	14	20	27	33	40	43	46	48	58	59
$h/t = 2 \alpha^\circ$	3	4	5	5	5	6	7	7	7	-4
V	37	36	34	33	31	30	29	29	15	0
$V/V+h$	93	89	85	82	77	75	73	71	37	0
P_a	100	100	100	100	100	100	99	98	64	43
P_f	3	12	16	19	23	27	29	30	42	43
$h/t = 3 \alpha^\circ$	2	3	3	4	4	4	4	5	-2	
V	40	38	37	36	35	34	34	33	19	0
$V/V+h$	98	94	91	90	88	85	84	82	47	0
P_a	100	100	100	100	100	100	100	99	77	33
P_f	3	11	13	15	16	17	18	20	30	33
$h/t = 4 \alpha^\circ$	2	3	3	4	4	4	4	4	2	0
V	40	38	38	37	37	36	36	36	28	0
$V/V+h$	98	94	93	92	91	91	90	89	69	0

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 10₄

Jet avec pression latérale

Distribution de vitesse $t = 4 \text{ cm}$

x/t	0,5	0,37	0,25	0,12	0	0,12	0,25	0,37	0,5	0,62
P_a	100	100	100	100	100	99	99	98	72	27
P_f	3	7	9	9	10	11	12	15	25	27
$h/t = 5 \alpha^\circ$	2	3	4	4	4	4	4	3	-3	
V	40	39	38	38	38	38	38	37	28	0
$V/V+h$	98	97	95	95	95	94	94	91	66	0
P_a	100	100	100	100	100	99	99	98	69	22
P_f	3	6	5	7	7	9	10	10	19	22
$h/t = 6 \alpha^\circ$	2	2	2	3	3	3	4	4	5	-1
V	40	39	39	39	39	38	38	38	29	0
$V/V+h$	98	97	97	96	96	95	94	94	71	0

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Annexe 11

Jet avec pression latérale

Etude analogique

- Variation de la vitesse dans la section de sortie $V/V_0\% = f(x/t, h/t)$

$h/t \backslash x/t$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
2	48	53	60	69	84	100
1,8	44	47	52	62	74	100
1,6	40	45	50	60	72	100
1,4	37	42	48	60	75	100
1,2	34	38	45	57	73	100
1	26	31	36	50	69	100

- Pression sous la base $p_b/p_J = f(t/h)$

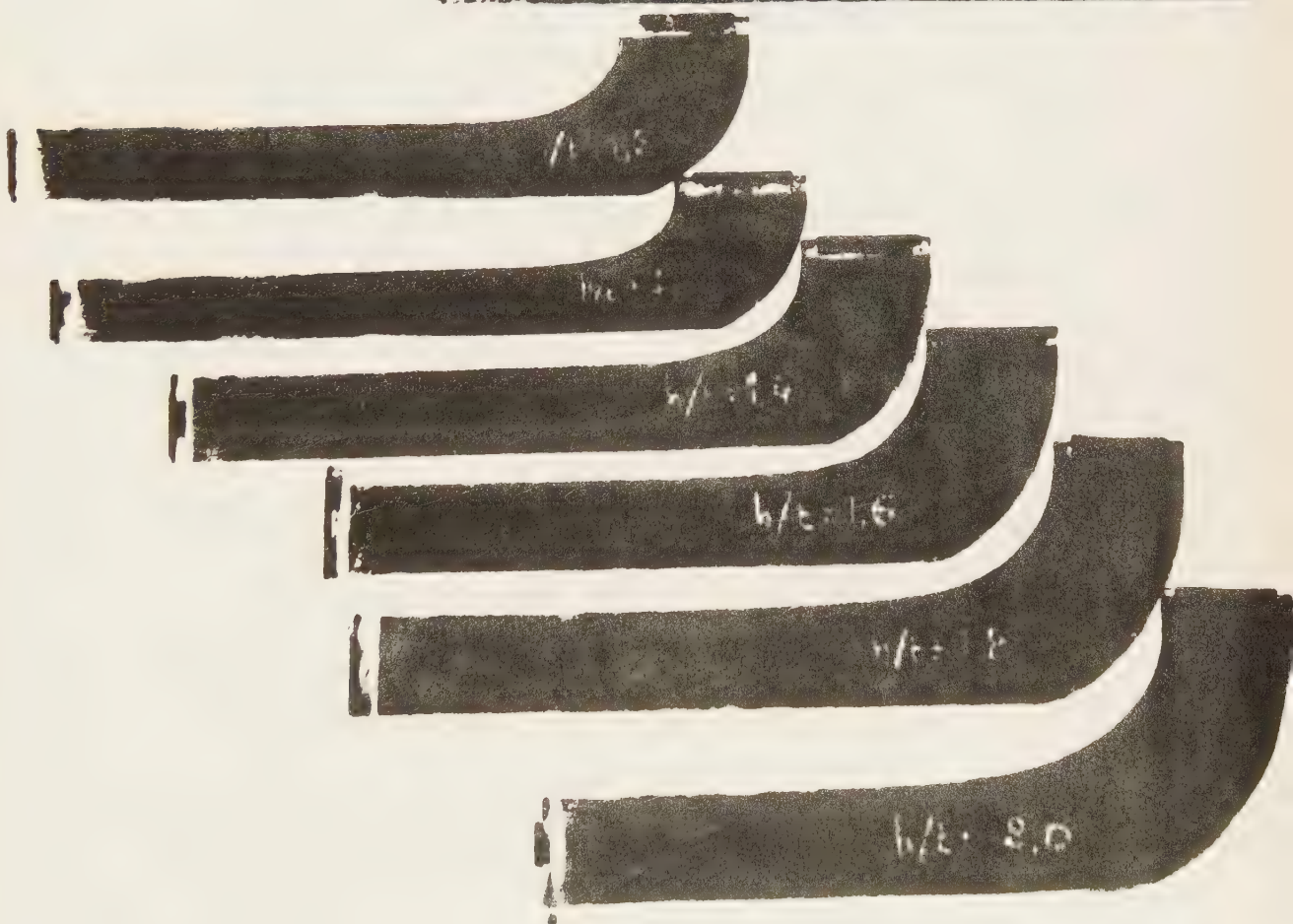
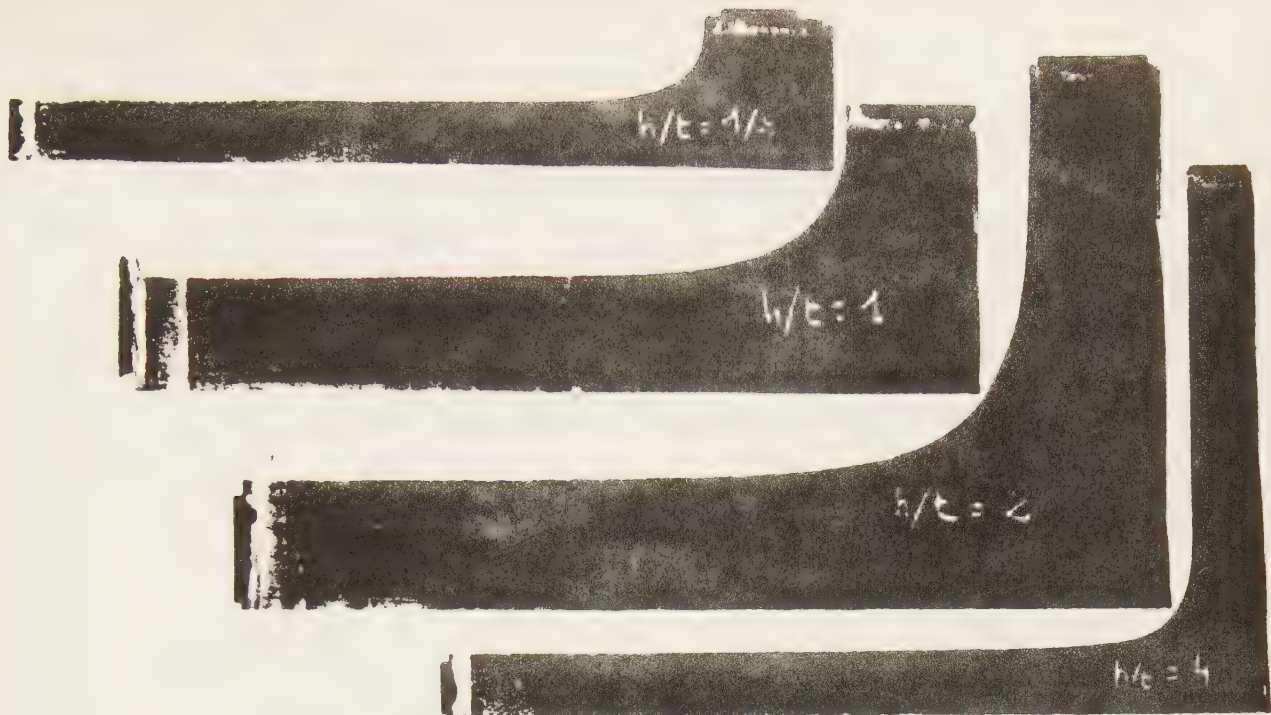
t/h	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
% p_b/p_J	92	88	87	84	81	76

= Pression au sol $p_s/p_J = f(x/t, h/t)$

$t/h = 2$	x/t	0,6	0,7	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3
%	p_s/p_J	76	67	51	27	13	7	4	1
	x/t	0,2	0,3	0,5	0,7	0,9	1,2	1,8	2,2
%	p_s/p_J	92	85	72	53	35	11	6	2

⊙ Contraction du jet $t_{\infty}/h = f(h/t)$

h/t	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
t_{∞}/h	0,48	0,46	0,45	0,43	0,41	39



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1 - LESLIS HAYWARD
The history of air cushion vehicles
Kalerghi - Mc Leavy Publications 1963
- 2 - G.N. ABRAMOVICH
The theory of turbulent jets
M.I.T. Press Cambridge Massachussetts 1963
- 3 - Jean MATHIEU
Contribution à l'étude aérothermique d'un jet plan évoluant
en présence d'une paroi
Publication scientifique et technique du Ministère de l'Air 1961
- 4 - A. LECLERC
Déviation d'un jet liquide par une plaque normale à son axe.
Houille Blanche 1950 page 816 à 821.
- 5 - R. COMOLET et A. CHARLES
Sur la stabilité d'un mobile sustenté par effet de sol.
La Machine Outil Française, Janvier 1961
- 6 - T. STRAND
Inviscid Incompressible Flow theory of Static two Dimensional
Solid Jets in proximity to the Ground.
(Journal of the Aerospace Sciences) Février 1962.
- 7 - Max PLAN et A. CHARLES
Etude expérimentale de la structure des écoulements produisant
une sustentation par effet de sol.
C.R. Académie des Sciences de Paris, t.260, p.1563 à 1565.
- 8 - Harvey R. CHAPLIN
Theory of the annular nozzle in proximity to the ground.
David Taylor Model Basin Report 1373
Aeroreport 923 July 1957
- 9 - Ph. POISSON-QUINTON et A. BEVERT
Les Plates-formes à effet de sol
DOCAERO n° 65, Nov. 1960
- 10 - A. JAUMOTTE et A. KIEDRZYNSKI
Statique des véhicules à coussin d'air
Presses Universitaires de Bruxelles
50 Ae F.D Roosevelt Bruxelles 5 1965

- 11 - PINNES
A power plant man's look at the ground effect machine
J. Amer Helicopter Soc. V. 4, n°3 1959
- 12 - JAUMOTTE , KIEDRZYNSKI, COZAC
Machine à effet de sol. Caractéristiques au point fixe.
Université libre de Bruxelles, 1962
- 13 - STANTON-JONES
The development of the Saunders-Roe Hovercraft SRNI
Saunders Roe Ltd - Publication n° TP 414 1959
- 14 - CREWE et EGGINGTON
The Hovercraft A new concept in Maritime Transport
Trans. Roy. Inst. Nav. Arch. Vol. 102, pp. 315-356, 1960
- 15 - T. STRAND
Inviscid Incompressible Flow theory of Statics Peripheral Jets
in proximity to the Ground
Journal of the Aerospace Sciences, Janv. 1961
- 16 - F. EHRICH
The Curtain Jet
Journal of the aerospace Sciences, Nov. 1961
- 17 - H. R. CHAPLIN
Effect of jet mixing on the annular jet
D. T. M. B. Report 1375, Aeroreport 953, Fév. 1959
- 18 - C. C. HSU
Viscous effects on balanced jets in ground proximity
Hydronautics Inc. Laurel Maryland, Oct. 1963
- 19 - SHEN S. F.
Effect of Cushion Vortices on peripheral jet vehicles
Fundamentals of Stability of Peripheral Jet vehicles
Bethesda Maryland, Nov. 1963
- 20 - ALBERSTON M. L.
Diffusion of submerged jet
IOWA Inst. of hydraulic Research State
University of IOWA, Juin 1947
- 21 - R. GARDON et J. C. AKFIRAT
The role of turbulent in determining the heat transfer
characteristics of impinging jets
International Journal of Heat and Mass
Transfer Vol. 8, n° 10, Oct. 1965

- 22 - H.SCHRADER
Trocknung Feuchter Oberflächen Mittels Warmluftstrahlen.
Strömungsvorgänge und Stoffübertragung
Forschungsh. Ver Dtsch Ing. 484 , 1961
- 23 - J.GOSSE
Cours de Mécanique des Fluides
ENSEM, Nancy
- 24 - H.SCHLICHTING
Boundary Layer Theory
Mc Graw-Hill Book Company London, 1960
- 25 - R.CURTET
Sur l'écoulement d'un jet entre parois
N° 359 Service de documentation et d'information technique
de l'aéronautique , 1960
- 26 - P.FLORENT
Profil des vitesses dans un jet subsonique à symétrie de
révolution.
Journal de Mécanique, Vol.4, n° 2, Juin 1965
- 27 - R.GARDON and J.CAHIT AKFIRAT
The role of turbulent in determining the heat transfer characte-
risties of impinging Jets
Int.Journal Heat Mass Transfer, Vol.8, n° 10, 1965
- 28 - G.L. HARRIS
The turbulent wall jet on plane and curved surfaces beneath an
external stream.
Von Karman Institute, Rhode-Saint-Genèse, Belgique, 1965
- 29 - G.VAN MALDER
Analyse de la répartition de la pression sur la base d'un
véhicule à coussin d'air en écoulement plan 1966
Presses Universitaires de Bruxelles
50, Ae F.D.Roosevelt, Bruxelles 5

DEUXIEME THESE

ETAT D'AVANCEMENT ACTUEL DES PILES A COMBUSTIBLES

Vu et approuvé

NANCY, le 12 Mai 1967

Pour le Doyen :

L'Assesseur délégué :

R. GAY

Vu et Permis d'imprimer

NANCY, le 16 Mai 1967

Le Recteur,

Président du Conseil de l'Université :

P. IMBS

